ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΕΠΑΛ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο «Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής» – σελ. 65

Α2. Σχολ. Βιβλίο «Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής» – σελ. 28

Α3. **α)** **Λ** **β)** **Σ** **γ)** **Λ**

Α4. **α.** $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \quad x \neq 0$

β. $(x^\nu)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow 3 = \alpha$

Β2.

$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -1$

πεδίο ορισμού $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Β3.

$$\lim_{x \to 1} g(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = 2$

Άρα $\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x-2)}{\cancel{(x-1)} \cdot (x+1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Β4.

Εξίσωση εφαπτομένης : $y=\lambda x+\beta$ στο $M(0,f(0))$

$f(x)=x^2-3x+2, \qquad f'(x)=2x-3$

Έχουμε:

$\lambda=f'(0)=2\cdot 0-3=-3$

$y=f(0)=0^2-3\cdot 0+2=2$

Άρα

$y=\lambda x+\beta$

$2=-3\cdot 0+\beta$

$2=\beta$

Οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y=-3x+2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή xi	Συχνότητα vi	Σχετική συχνότητα fi	α_1
[4, 8)	6	5	0,1	36^o
[8, 12)	10	15	0,3	108^o
[12, 16)	14	10	0,2	72^o
[16, 20)	18	20	0,4	144^o
Σύνολο	-	50	1	360^o

- $v_2=f_2\cdot v=0,3\cdot 50=15$
- $v_3=f_3\cdot v=0,2\cdot 50=10$
- $\alpha_2=360^o\cdot f_2=360^o\cdot 0,3=108^o$
- $\alpha_3=360^o\cdot f_3=360^o\cdot 0,2=72^o$

Γ2. $v_2+v_3+v_4=15+10+20=45$ εκπαιδευτικοί

Γ3. $f_1\%+f_2\%+f_3\%=10+30+20=60$

Άρα το 60%

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα, θεωρώντας το πλάτος c ως μονάδα μέτρησης, ισούται με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Μήκος: x

$\Pi = 80 \Leftrightarrow 2(x+y) = 80 \Rightarrow 2x + 2y = 80 \Rightarrow x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x$

Άρα Πλάτος: $40 - x$

Οπότε $E = x(40-x) \Rightarrow E = -x^2 + 40x$

Έστω Ε συνάρτηση με $E(x) = -x^2 + 40x$

Θα πρέπει $x > 0$ και $y > 0 \Rightarrow 40 - x > 0 \Rightarrow x < 40$

Επομένως $D_E = (0, 40)$

Δ2.

$E'(x) = (-x^2 + 40x)' = -2x + 40$

$E'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 40 = 0 \Rightarrow -2x = -40 \Rightarrow x = 20$

$E'(x) > 0 \Rightarrow -2x + 40 > 0 \Rightarrow -2x > -40 \Rightarrow x < 20$

$E'(x) > 0 \Rightarrow -2x + 40 > 0 \Rightarrow -2x > -40 \Rightarrow x < 20$

$E'(x) < 0 \Rightarrow -2x + 40 < 0 \Rightarrow -2x < -40 \Rightarrow x > 20$

x	0	20	40
E'	+		−
E	↗		↘

O.M

Άρα η Ε είναι γνησίως αύξουσα στο (0,20] και γνησίως φθίνουσα στο [20,40)

Δ3.

Από Δ2, η Ε παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x = 20$, το $E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 \Rightarrow E(20) = 400m^2$

Οπότε το εμβαδόν γίνεται μέγιστο για $x = 20$ και θα είναι $400m^2$

Δ4.

Εφόσον τα οικόπεδα έχουν $\Pi = 80\text{m}$ και $X_A \in (0, 40)$ και $X_B \in (0, 40)$ τότε το εμβαδόν θα δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = -x^2 + 40x$, την οποία έχουμε μελετήσει, όποτε:

$X_A, X_B \in [20, 40)$, όπου η $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα άρα $X_A < X_B \Rightarrow E_{(X_A)} > E_{(X_B)}$ επομένως το οικόπεδο Α έχει μεγαλύτερο εμβαδόν.