

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2020**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής; **Μονάδες 4**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η συνάρτηση  $f(x) = |x|$  έχει παράγωγο στο σημείο  $x_0 = 0$ .

**β.** Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

**γ.** Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  δίνεται από τον τύπο  $f_i = \frac{v_i}{n}$ , όπου  $v_i$  η συχνότητα της τιμής  $x_i$  και  $n$  το μέγεθος του δείγματος. **Μονάδες 6**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

**α.**  $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

**β.**  $(\sqrt{x})' = \dots$ , με  $x > 0$

**γ.**  $(\sin x)' = \dots$  **Μονάδες 9**

**A4.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = x^2$  είναι  $f'(x) = (x^2)' = 2x$ , για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών. **Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές ενός σχολείου κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών:

$x_i$	$v_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i\%$
0				
1				70
2	10			90
3		10		100
Σύνολο		100		

Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν διάβασαν κανένα βιβλίο.

- B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά. **Μονάδες 12**
- B2.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τρία βιβλία; **Μονάδες 3**
- B3.** Πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο; **Μονάδες 5**
- B4.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία; **Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$  σταθερά.

- Γ1.** Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(-1, -2)$ . **Μονάδες 4**
- Γ2.** Για  $\lambda = 3$  να βρείτε τις συναρτήσεις  $f'(x)$  και  $f''(x)$ . **Μονάδες 6**
- Γ3.** Για  $\lambda = 3$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της. **Μονάδες 8**

**Γ4.** Για  $\lambda = 3$  να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 3}{f''(x)} .$$

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο

$$f(x) = (x^2 + 4x + 5)^{20} .$$

**Δ1.** Να δείξετε ότι

$$f'(x) = 40(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (x + 2) .$$

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να βρείτε το όριο:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} .$$

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$ , η οποία είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , έχει εξίσωση  $y = 1$ .

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Θεωρούμε σημείο  $A(x, 1)$  της ευθείας  $y = 1$  με  $x > 0$ . Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης των σημείων  $A(x, 1)$  και  $O(0, 0)$  ως προς  $x$ , όταν  $x = 1$ .

**Μονάδες 8**