ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σελ. σχολ. βιβλίου 31.
Α2. Ορισμός σελ. σχολ. βιβλίου 14.
Α3. Ορισμός σελ. σχολ. βιβλίου 72.
Α4. **α. Σ** **β. Λ** **γ. Λ** **δ. Σ** **ε. Λ.**

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α) $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{40}{10} = 4$

x_i	ν_i	$x_i\nu_i$	$x_i - \bar{x}$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i$
1	2	2	-3	9	18
3	3	9	-1	1	3
5	4	20	1	1	4
9	1	9	5	25	25
Σύνολο	10	40			50

β) $\delta = \dfrac{t_{\frac{\nu}{2}} + t_{\frac{\nu}{2}+1}}{2} = \dfrac{t_5 + t_6}{2} = \dfrac{3+5}{2} = 4$

γ) $S^2 = \dfrac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \nu_i = \dfrac{1}{10}50 = 5$

Β2.

$CV = \dfrac{S}{|\bar{x}|} = \dfrac{\sqrt{5}}{|4|} = \dfrac{\sqrt{5}}{4} \simeq 0,55 = 55\%$

Άρα το δείγμα **δεν είναι ομοιογενές**.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$f(x) = x^2 - x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 2x - 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{1}{2}$

	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	$\searrow$		$\nearrow$

Ο.Μ.

για $x = \dfrac{1}{2}$ η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{3}{4}$

Γ2.

$y - f(x_o) = f'(x_o)(x - x_o)$

$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \qquad (1)$

όπου $f(2) = 3,\ f'(2) = 3$

$(1) \Rightarrow y - 3 = 3(x - 2)$ και $\varepsilon: y = 3x - 3 \qquad (2)$

Γ3.

- Άξονας $x'x$: για $y = 0 \xrightarrow{(2)} 0 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 1$
  Άρα η (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $M_1(1,\ 0)$

- Άξονας $y'y$: για $x = 0 \xrightarrow{(2)} y = -3$
  Άρα η (ε) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $M_2(0,\ -3)$

Γ4.

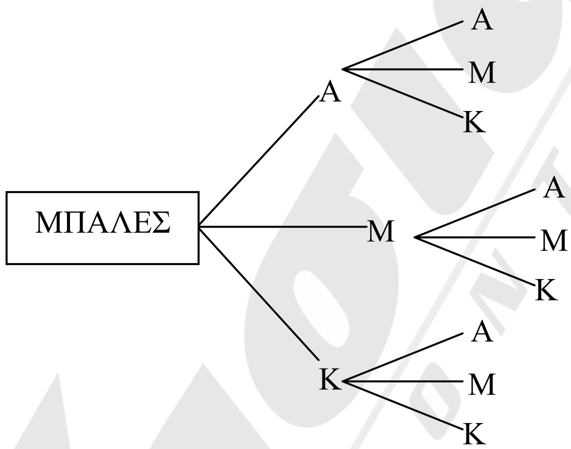
$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Άρα $\Omega=\{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$

Δ2.

$A=\{AM, MM, KM\}$

$B=\{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$

Δ3.

α) $A'=\{AA, AK, MA, MK, KA, KK\}$

$A\cap B=\{AM, KM\}$

$A-B=A\cap B'=\{MM\}$

$B-A=B\cap A'=\{AK, MA, MK, KA\}$

Άρα $P(A')=\dfrac{N(A')}{N(\Omega)}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

$$P(A\cap B)=\frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\frac{2}{9}$$

$$P(A-B)=\frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\frac{1}{9}$$

$$P(B-A)=\frac{N(B-A)}{N(\Omega)}=\frac{4}{9}$$

β)

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$P(A\cup B)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{9}=1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$

Ισχύει $\left.\begin{matrix}\Gamma\cap A=\varnothing\\ \Gamma\cap B=\varnothing\end{matrix}\right\}\Gamma\cap(A\cup B)=\varnothing$

Από τον απλό προσθετικό νόμο

$P(\Omega)=\max P(\Gamma)+P(A\cup B)\Leftrightarrow \max P(\Gamma)=P(\Omega)-P(A\cup B)\Leftrightarrow \max P(\Gamma)=1-\dfrac{7}{9}=\dfrac{2}{9}$