ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν A και A' είναι δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι για τις πιθανότητές τους ισχύει:

$$P(A') = 1 - P(A).$$

Μονάδες 7

Α2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

Α3. Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Α. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν Α και Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$, τότε για τις πιθανότητές τους ισχύει $P(A) \leq P(B)$.

β) Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

γ) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει ότι:

$$(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

δ) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

ε) Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x - 1,\ x \in \mathbb{R}$.

Β1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f.

Μονάδες 9

Β2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$.

Μονάδες 8

Β3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{f'(x) - 12}{x + 1}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Μεταξύ των οικογενειών με τρία παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και εξετάζουμε τα παιδιά της ως προς το φύλο και ως προς τη σειρά γέννησής τους.

Γ1. Να προσδιορίσετε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος χρησιμοποιώντας ένα δενδροδιάγραμμα.

Μονάδες 4

Γ2. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

Α: «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»

Β: «ο αριθμός των κοριτσιών υπερβαίνει τον αριθμό των αγοριών»

Γ: «τα δύο πρώτα παιδιά είναι του ίδιου φύλου».

Μονάδες 6

Γ3. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$$\Delta = A \cap B, \quad E = A \cup B, \quad Z = \Gamma - E.$$ (μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

Η: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α,Β»

Θ: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α,Β». (μονάδες 6)

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Δ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν ν υπολογιστές για να τρέξουν ένα πρόγραμμα, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 ισοπλατείς κλάσεις πλάτους c, όπως στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική Τιμή x_i	Συχνότητα ν_i
[8 ,)		20
[,)	14	15
[,)		10
[,)		ν_4
ΣΥΝΟΛΟ		ν=………

Δ1. Να αποδείξετε ότι $c=4$.

Μονάδες 4

Δ2. Αν η μέση τιμή των χρόνων είναι $\overline{x}=14$, να αποδείξετε ότι $\nu_4=5$ (μονάδες 4) και στη συνέχεια να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο (μονάδες 2).

Μονάδες 6

Δ3. Αν οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση, να βρείτε πόσοι υπολογιστές χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά για να τρέξουν το πρόγραμμα.

Μονάδες 5

Δ4. Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των χρόνων είναι $s=4$ και να εξετάσετε αν το δείγμα των χρόνων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Δ5. Αντικαθιστούμε τον επεξεργαστή κάθε υπολογιστή με έναν ταχύτερο και βρίσκουμε ότι κάθε υπολογιστής τρέχει τώρα το πρόγραμμα στο 80% του χρόνου που χρειαζόταν πριν. Να εξετάσετε ως προς την ομοιογένεια το καινούργιο δείγμα χρόνων.

Μονάδες 4