

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται μία συνάρτηση $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα $[\alpha, \beta]$.

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και η F είναι μία

παράγουσα της f , τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = F(\beta) - F(\alpha)$

(Μον. 2)

β) Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της. (Μον. 2)

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $c \in \mathbb{R}$ μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c \quad (\text{Μον. 2})$$

δ) $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$. (Μον. 2)

ε) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx. \quad (\text{Μον. 2})$$

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε: $(f - g)'(x) = \dots$ (Μον. 3)

$$\beta) \int_{\alpha}^{\beta} \text{συν}x dx = \dots$$

(Μον. 3)

$$\gamma) \text{Αν } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}, \text{ τότε } \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να δείξετε ότι: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, για $x \neq 2$.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Μονάδες 9

B3. Να βρείτε το $f(2)$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 ^η κλάση	[25, 35)	100			
2 ^η κλάση	[35, 45)	50			
3 ^η κλάση	[45, 55)	40			
4 ^η κλάση	[55, 65)	10			
ΣΥΝΟΛΑ		$v=200$			

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4^{ης} κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2^{ης} κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x \cdot (x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι: $f'(x) = f(x) + e^x$.

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 9

Δ3. Αν $g(x) = f(x) + e^x$, $x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = -1$ και $x = 1$.

Μονάδες 10