

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1. α)** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής;

(Μονάδες 4)

**β)** Έστω  $v_1, v_2, \dots, v_k$  οι συχνότητες των τιμών μιας μεταβλητής ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $f_1, f_2, \dots, f_k$  οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

**i)**  $v_1 + v_2 + \dots + v_k =$

(Μονάδες 2)

**ii)**  $f_1 + f_2 + \dots + f_k =$

(Μονάδες 2)

**Μονάδες 8**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Εύρος τιμών μιας μεταβλητής είναι η διαφορά της μικρότερης τιμής από τη μεγαλύτερη.

(Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Λ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

β) Αν υπάρχουν τα  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$  όπου

$$l_1, l_2 \in \mathbb{R}, \text{ τότε: } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = l_1 + l_2$$

(Μονάδες 2)

γ) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό.

(Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι  $\int_a^\beta e^x dx = e^\alpha - e^\beta$

(Μονάδες 2)

**Μονάδες 8**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α)  $(x^\alpha)' = \dots$  με  $\alpha \in \mathbb{R}^*, x > 0$

(Μονάδες 3)

β)  $(\epsilon\phi x)' = \dots$  με  $x \in \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(Μονάδες 3)

γ)  $\int_a^\beta \eta \mu x dx = \dots$

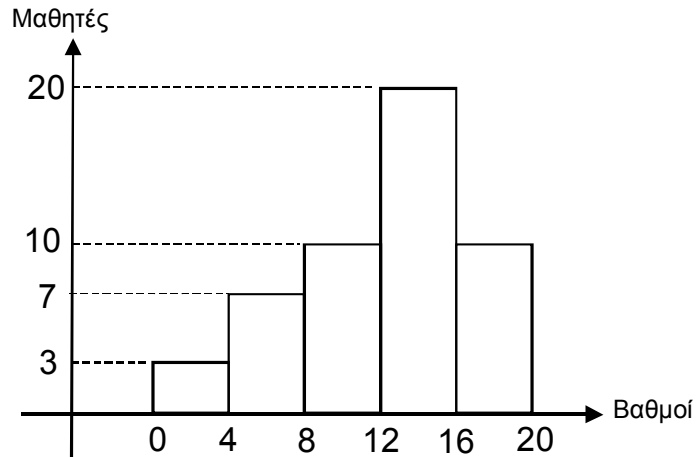
(Μονάδες 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι βαθμοί στο μάθημα των Μαθηματικών 50 μαθητών σε ένα διαγώνισμα έχουν ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους:  $[0,4), [4,8), \dots, [16,20)$ . Η συχνότητα των κλάσεων αυτών φαίνεται στο παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Λ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ



**B1.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ( $f_i\%$ ).

**Μονάδες 10**

**B2.** Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των μαθητών.

**Μονάδες 5**

**B3.** Τι ποσοστό μαθητών έχει βαθμό τουλάχιστον 12;

**Μονάδες 5**

**B4.** Να μεταφέρετε το ιστόγραμμα στο τετράδιό σας και να δείξετε γραφικά ότι η επικρατούσα τιμή είναι ίση με 14.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , όπου  $x > 1$

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

**Μονάδες 9**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx$$

**Μονάδες 6**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Λ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

**Γ3.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(1, +\infty)$ . Κατόπιν να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2010)$  και  $f(2011)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x + 5, \quad \text{όπου } \alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Αν  $\alpha = -4$ , να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Αν  $\alpha = -4$ , να αποδείξετε ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Αν  $\alpha = -4$ , να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x=0$  και  $x=2$ .

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**