

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β') 2010**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$

Σχηματίζουμε τις διαφορές  $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$

Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

**Μονάδες 7**

**A2.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε το σταθμικό μέσο της μεταβλητής  $X$ .

**Μονάδες 4**

**A3.** Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Να δώσετε τους ορισμούς του βέβαιου ενδεχομένου και του αδύνατου ενδεχομένου.

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  έχουν στο  $x_0$  όρια πραγματικούς αριθμούς, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

β) Για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$

- γ) Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση  $x=f(t)$ , τη χρονική στιγμή  $t_0$  είναι  $v(t_0)=f'(t_0)$
- δ) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$
- ε) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

**B1.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$

**Μονάδες 10**

**B2.** Να υπολογίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της με τετμημένη  $x_0=0$

**Μονάδες 10**

**B3.** Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η παραπάνω εφαπτομένη με τον άξονα  $x'x$

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Γ

Οι τιμές της απώλειας βάρους, σε κιλά, 160 ατόμων, τα οποία ακολούθησαν ένα πρόγραμμα αδυνατίσματος, έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

ΑΠΩΛΕΙΑ ΒΑΡΟΥΣ ΣΕ ΚΙΛΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ $x_i$	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $v_i$
[0 - ...)	...	20
[... - ...)	6	40
[... - ...)	...	45
[... - ...)	...	30
[... - ...)	...	25
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>		<b>160</b>

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το πλάτος  $c$  κάθε κλάσης είναι ίσο με 4  
**Μονάδες 6**

**Γ2.** Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα σωστά συμπληρωμένο, να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$   
**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.  
**Μονάδες 5**

**Γ4.** Αν κάθε άτομο έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί, να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

A: « η απώλεια βάρους ενός ατόμου που επιλέχθηκε τυχαία να είναι από 7 μέχρι και 14 κιλά».

**Μονάδες 6**

Δίνεται ο τύπος 
$$s^2 = \frac{1}{v} \left[ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$

## ΘΕΜΑ Δ

Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με αντίστοιχες πιθανότητες  $P(A), P(B)$  και η συνάρτηση

$$f(x) = \ln(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B), \quad x > P(A)$$

**Δ1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 13**

**Δ2.** Αν η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο  $x_0 = \frac{5}{3}$  με τιμή  $f(x_0) = 0$ , να αποδείξετε ότι:

$$P(A) = \frac{2}{3} \quad \text{και} \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

**Μονάδες 2**

Λαμβάνοντας υπόψη το ερώτημα **Δ2** και επιπλέον ότι  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ , να βρείτε την πιθανότητα:

**Δ3.** να μην πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα ενδεχόμενα  $A, B$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα  $A, B$ .

**Μονάδες 5**