ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. $\overline{x}' = \dfrac{t_1 - \overline{x} + t_2 - \overline{x} + ... + t_\nu - \overline{x}}{\nu} = \dfrac{t_1 + t_2 + ... + t_\nu}{\nu} - \dfrac{\nu\overline{x}}{\nu} = \overline{x} - \overline{x} = 0$

Α2. Σελ. σχολ. βιβλίου 87

Α3. Σελ. σχολ. βιβλίου 140

Α4. α. Σ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

$f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1$

Β1.

$$\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x^2-x+1}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\left[2\frac{x^2-x}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}\right] = \lim_{x\to 1}\left[2\frac{x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}\right] = \frac{2}{2} = 1$$

Β2. $f'(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$

$f'(0) = -1$

Β3. $f'(0) = \varepsilon\varphi\omega$ με $0 \le \omega < \pi \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\omega = -1 \Leftrightarrow \omega = \pi - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

V=160 κ=5

Γ1.

1^η κλάση [0,α)

2^η κλάση (α,β]

$\alpha - 0 = c \Leftrightarrow \alpha = c$

$\beta - \alpha = c \Leftrightarrow \beta = 2c$ και

$6 = \dfrac{\beta+\alpha}{2} \Leftrightarrow 12 = \beta + \alpha \Leftrightarrow 12 = 3c \Leftrightarrow c = 4$

Γ2.

Απώλεια βάρους σε κιλά	Κέντρο κλάσης xi	Συχνότητα vi	xivi	xi^2	xi^2vi
0-4	2	20	40	4	80
4-8	6	40	240	36	1440
8-12	10	45	450	100	4500
12-16	14	30	420	196	5880
16-20	18	25	450	324	8100
Σύνολο		V=160	1600		20000

$$\overline{x} = \frac{\sum xivi}{v} = \frac{1600}{160} = 10$$

$$S^2 = \frac{1}{160}\left(20.000 - \frac{(1.600)^2}{160}\right) = \frac{20.000}{160} - 100 = 125 - 100 = 25$$

$$S = \sqrt{25} = 5$$

Γ3.

$$CV = \frac{S}{\overline{x}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} > \frac{1}{10}$$ δεν είναι ομοιογενές.

Γ4. Θεωρούμε ότι το δείγμα σε κάθε διάστημα κατανέμεται ομοιόμορφα.

Στο διάστημα [8-12) $\Rightarrow$ **vi=45**

Το διάστημα [7-8) αντιστοιχεί στο 1/4 του 40 άρα **vi=10**

Το διάστημα [12-14) αντιστοιχεί στο 1/2 του 30 άρα **vi=15**

Οπότε N(A) =45+10+15=70

$$P(A) = \frac{70}{160} = \frac{7}{16}$$

ΘΕΜΑ Δ

$A, B \subseteq \Omega$

$$f(x) = \ln(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B), \;\; x > P(A)$$

Δ1. $f'(x) = \dfrac{1}{x - P(A)} - x + P(A)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x - P(A)} = x - P(A) \Leftrightarrow (x - P(A))^2 = 1 \Leftrightarrow x - P(A) = 1 \Leftrightarrow x = 1 + P(A)$$

$$x - P(A) = -1 \text{ απορ.}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x - P(A)} - (x - P(A)) > 0 \Leftrightarrow (x - P(A))^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x - P(A) < 1.$$

P(A)-1<x<1+P $\Leftrightarrow$ P(A)<x<1+P(A)

x	$P(A)$	$1+P(A)$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$	$\nearrow$	Μεγ.	$\searrow$

$$f(1+P(A)) = \ln 1 - \frac{1}{2} + P(B) = P(B) - \frac{1}{2}$$

Δ2.

$$\left.\begin{array}{l} x_0 = 1 + P(A) \\ x_0 = \dfrac{5}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(x_0) = P(B) - \dfrac{1}{2} \\ f(x_0) = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

Δ3.

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow \\ P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ P(A \cap B) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{6} = \dfrac{4}{6} + \dfrac{3}{6} - \dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} P(A \cap B)' = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Δ4. $P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$