ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^0

Α. Σχολικό Βιβλίο σελ. 150

Β. Σχολικό Βιβλίο σελ. 65

Γ. α. Λ

β. Σ

γ. Λ

δ. Σ

ε. Σ

ΘΕΜΑ 2^0

α. Ισχύει ότι:

$\nu = 6+\nu_2+3+4 = 13+\nu_2$

και

$\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i = 2\cdot 6+3\nu_2+5\cdot 3+8\cdot 4 = 59+3\nu_2$,άρα

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} \Leftrightarrow 4 = \frac{59+3\nu_2}{13+\nu_2} \Leftrightarrow 52+4\nu_2 = 59+3\nu_2 \Leftrightarrow \nu_2 = 7$$

β. $$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4} \left(x_i-\bar{x}\right)^2 \nu_i}{\nu} =$$

$$= \frac{(2-4)^2\cdot 6+(3-4)^2\cdot 7+(5-4)^2\cdot 3+(8-4)^2\cdot 4}{20} = \frac{98}{20} = 4,9$$

γ. $$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{4,9}}{4} = \frac{2,2}{4} = 0,55 > 0,1$$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ 3^0

α. Ισχύει ότι:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + \alpha$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

επομένως

$$2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$2(6x-12) + 3x^2 - 12x + a + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$12x - 24 + 3x^2 - 12x + a + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow -24 + a + 15 = 0 \Leftrightarrow$$

$$a = 9$$

και η f γίνεται:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 7$$

β.

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-12x+9}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-4x+3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{3(x-3)}{x+1} = \frac{3(1-3)}{1+1} = -3$$

γ. Έστω ότι (ε) η εφαπτομένη της f στο σημείο $\left(x_0, f(x_0)\right)$ η οποία είναι παράλληλη με την ευθεία $y = -3x$. Τότε θα ισχύει:

$$f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = -3 \Leftrightarrow$$

$$3x_0^2 - 12x_0 + 12 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

και $f(x_0) = f(2) = -5$

άρα η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) είναι:

$$y - f(2) = f'(2)(x-2) \Leftrightarrow$$

$$y + 5 = -3(x-2) \Leftrightarrow$$

$$y = -3x + 1$$

<u>ΘΕΜΑ 4^0</u>

α. Η παράγωγος της f είναι: $f'(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{2-x}{2x}$

και έχουμε:

$$f'(x) \geq 0 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} 2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$$

x	0	2	$+\infty$
$f(x)$	+		-
$f'(x)$	↗		↘

Από τον πίνακα προκύπτει ότι:

για $x \in (0,2]$ η f είναι γνησίως αύξουσα και

για $x \in [2,+\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα

β. Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 2$ μέγιστο το

$f(2) = \ln 2 - 1 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \lambda^2 - 6\lambda + 1 + \ln 2$

Β.

α. Επειδή $2 < 3 < 4 < 5 < 8$ και για $x \in [2,+\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα θα ισχύει ότι:

$$f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2)$$

επομένως θα έχουμε

$R = f(2) - f(8) = \lambda^2 - 6\lambda + 1 + \ln 2 - \ln 8 + 4 - \lambda^2 + 6\lambda - 2 =$

$= 3 - \ln\frac{1}{4}$

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός οπότε η διάμεσος θα είναι η μεσαία παρατήρηση δηλαδή:

$$\delta = f(4) = \ln 4 - 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

β. Ισχύει ότι:

$R + \delta < 2 \Leftrightarrow$

$3 + \ln\frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow$

$\lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0$

το τριώνυμο που προκύπτει έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και 5.

Οπότε θα είναι αρνητικό ανάμεσα στις ρίζες του δηλαδή $\lambda \in (1,5)$ επομένως:

$$\mathrm{A} = \{2,3,4\}$$

και επειδή το Ω αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα θα έχουμε:

$$P(\mathrm{A}) = \frac{3}{100}$$