

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΡΙΤΗ 7 ΙΟΥΛΙΟΥ 2009  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Να δείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα  $A$  και  $A'$  ενός δειγματικού χώρου, ισχύει

$$P(A')=1-P(A)$$

**Μονάδες 9**

- B. α.** Έστω μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$ ;

**Μονάδες 3**

- β.** Αν  $t_1, t_2, \dots, t_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  σε δείγμα μεγέθους  $n$ , να ορίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 3**

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Αν η συνάρτηση  $f$  έχει στο  $x_0$  όριο έναν πραγματικό αριθμό  $\ell$ , δηλαδή αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  τότε για κάθε φυσικό αριθμό  $n$  μεγαλύτερο του 1 θα ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = n\ell^{n-1}$

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

β. Για τη συνάρτηση  $f(x) = e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , ισχύει  $f'(x) = e^x$

**Μονάδες 2**

γ. Η διάμεσος ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι η τιμή για την οποία το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτήν και το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από την τιμή αυτήν.

**Μονάδες 2**

δ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων για ένα χαρακτηριστικό είναι κανονική ή περίπου κανονική με τυπική απόκλιση  $s$  και εύρος  $R$ , τότε ισχύει  $s \approx 6R$

**Μονάδες 2**

ε. Ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  ενός πειράματος τύχης λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = ax^3 - 8$ , όπου  $a$  ένας πραγματικός αριθμός.

α. Αν  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -7$ , να βρεθεί η τιμή του  $a$

**Μονάδες 5**

β. Έστω  $a=1$

i. Να βρεθεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$

**Μονάδες 10**

ii. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο με τετμημένη  $x_0 = 2$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω  $x_1, x_2, x_3, x_4$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n=72$  με αντίστοιχες (απόλυτες) συχνότητες  $v_1, v_2, v_3, v_4$ , όπου  $v_4 = 3v_3$ . Δίνεται επίσης ότι τα τόξα του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχούν στις τιμές  $x_1$  και  $x_2$  είναι αντίστοιχα  $50^\circ$  και  $30^\circ$ .

**α.** Να βρεθούν οι συχνότητες  $v_i, i=1,2,3,4$

**Μονάδες 10**

**β.** Να βρεθούν τα τόξα που αντιστοιχούν στις τιμές  $x_3$  και  $x_4$

**Μονάδες 8**

**γ.** Δίνεται ότι  $x_1 < -7, x_2 = -7, x_3 = 3, \text{ και } x_4 > 3$ . Ναδειχθεί ότι

$$10R + 72\bar{x} = 52\delta$$

όπου  $R, \bar{x}, \delta$  είναι αντίστοιχα το εύρος, η μέση τιμή και η διάμεσος των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = v^3x + \frac{4}{x^2}, x \in (0,1)$ , όπου  $v$  ακέραιος αριθμός με  $v > 2$

**A. α.** Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 8**

**β.** Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τα ακρότατα και ναδειχθεί ότι  $f(x) \geq 3v^2$  για κάθε  $x \in (0,1)$

**Μονάδες 5**

- B.** Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο  $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$  με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και το ενδεχόμενό του,  $A$  για το οποίο ισχύει

$$n^3 P(A) + \frac{4}{(P(A))^2} = 3n^2 \quad \text{και} \quad N(A) = n^2 - 9n - 8$$

όπου  $P(A)$  είναι η πιθανότητα του  $A$  και  $N(A)$  το πλήθος των στοιχείων του  $A$

**α.** Να δείξετε ότι  $P(A) = \frac{1}{5}$

**Μονάδες 7**

- β.** Αν επιπλέον  $B$  είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ , να υπολογιστεί η πιθανότητα του ενδεχομένου  $A' \cup B$

**Μονάδες 5**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

- 1.** Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
- 2.** Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- 3.** Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
- 4.** Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό διαρκείας και μόνο ανεξίτηλης μελάνης.** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**