ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α')
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^0

Α) Ορισμός (σελ. 134 βιβλίου).

Β) **α)** **Σ** **β)** **Λ** **γ)** **Λ** **δ)** **Σ**

Γ) **α)** $(f\cdot g)'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

β) $(c\cdot f)'(x)=c\cdot f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=\left[\ln x\right]_{\alpha}^{\beta}$

Θέμα 2^o

Α) Είναι : $\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4=\nu$, επομένως $4+\nu_2+8+7=25\Leftrightarrow\nu_2=6$.

Από τους τύπους $f_i\%=\frac{\nu_\iota}{\nu}\cdot100\%$, $N_\kappa=\nu_1+\nu_2+...+\nu_\kappa$, $F_\kappa=f_1+f_2+....+f_\kappa$ βρίσκουμε τις τιμές που λείπουν και συμπληρώνουμε τον πίνακα

Βιβλία x_i	Μαθητές ν_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i\nu_i$
1	4	16	**4**	**16**	**4**
2	ν_2=6	**24**	**10**	**40**	**12**
3	8	**32**	**18**	**72**	**24**
4	7	**28**	**25**	**100**	**28**
Αθροίσματα	**25**	**100**			**68**

Β) Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττό , η διάμεσος θα είναι η μεσαία παρατήρηση δηλ. η 13$^\eta$, άρα **δ=3**.

Γ) $$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{\nu}\nu_i x_i}{\nu}=\frac{68}{25}=2,72.$$

Δ) Τουλάχιστον δυο βιβλία , διάβασε : 24%+32%+28%=84% των μαθητών.

Θέμα 3ο

$f(x) = -x^2 + 6x + 8$

Α) $f'(x) = -2x + 6$

Β) $f'(x) \geq 0$, $-2x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$

x	0	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-
$f'(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Τ.Μ

Όταν $x \in (-\infty, 3]$: η f(x) είναι γνησίως αύξουσα , ενώ όταν $x \in [3, +\infty)$: η f(x) είναι γνησίως φθίνουσα .

Γ) Για x=3 , η f(x) παρουσιάζει τοπικό μέγιστο f(3)=17.

Δ)

$$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 \left(-x^2 + 6x + 8\right)dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x\right]_0^3 = -\frac{3^3}{3} + 3\cdot 3^2 + 8\cdot 3 = 42 .$$

Θέμα 4ο

Α) $\alpha = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x+2)(x+1)}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1}(x+2) = 1$.

Β) $f(x) = x^3 + 4x + 2e^x$

α) $f'(x) = 3x^2 + 4 + 2e^x$

β) Είναι $3x^2 + 4 > 0$, $2e^x > 0$,επομένως $3x^2 + 4 + 2e^x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0$ οπότε η f(x) είναι γνησίως αύξουσα στο R.

γ)

$$\mathrm{E}(\Omega) = \int_2^4 \left| f(x) \right| dx = \int_2^4 \left(x^3 + 4x + 2e^x\right)dx = \left[\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 2e^x\right]_2^4 =$$

$$\frac{4^4}{4} + 2\cdot 4^2 + 2e^4 - \frac{2^4}{4} - 2\cdot 2^2 - 2e^2 = 64 + 32 + 2e^4 - 4 - 8 - 2e^2 = 84 + 2e^4 - 2e^2.$$

* είναι $x^3 + 4x + 2e^x > 0$, όταν 2<x<4.