

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
22 ΜΑΪΟΥ 2007

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

Μονάδες 8

B.

α. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

β. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, όταν ο n είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 3

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_j εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_j .

Μονάδες 2

β. Αν f, g είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

Μονάδες 2

γ. Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (a, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (a, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

Μονάδες 2

Γ2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$f_1(x) = x^v$, όπου v φυσικός

$f_2(x) = \ln x$, όπου $x > 0$

$f_3(x) = \sqrt{x}$, όπου $x > 0$

$f_4(x) = \sin x$, όπου x πραγματικός

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = x e^x + 3$, όπου x πραγματικός αριθμός.

α. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

Μονάδες 10

β. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ για τον οποίο ισχύει:

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5).$$

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα του Ω :

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, \quad B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\}$$

όπου x ένας πραγματικός αριθμός.

α. Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω , δηλαδή οι:
 $P(-1), P(0), P(1), P(2), P(3), P(4), P(5)$.

Μονάδες 7

β. Να βρεθεί η μοναδική τιμή του x για την οποία ισχύει $A \cap B = \{-1, 3\}$

Μονάδες 8

γ. Για $x = -1$ να δειχθεί ότι:

$$P(A) = 5/11, \quad P(B) = 7/11, \quad P(A \cap B) = 3/11$$

και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι πιθανότητες $P(A - B)$ και $P(A \cup B)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Θεωρούμε 2 δείγματα A και B με παρατηρήσεις:

$$\text{Δείγμα } A: 12, 18, t_3, t_4, \dots, t_{25}$$

$$\text{Δείγμα } B: 16, 14, t_3, t_4, \dots, t_{25}$$

Δίνεται ότι $t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$.

α. Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές \bar{x}_A, \bar{x}_B και των δύο δειγμάτων A και B αντίστοιχα είναι $\bar{x}_A = \bar{x}_B = 15$.

Μονάδες 7

β. Αν s_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος A και s_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος B , να αποδείξετε ότι $s_A^2 - s_B^2 = 16/25$

Μονάδες 8

γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος A είναι ίσος με $CV_A = 1/15$, να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV_B του δείγματος B .

Μονάδες 10