ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΕ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

ΘΕΜΑ 1ο

α.

Διάστημα	**Συχνότητα ν_i**	**Μέσο διαστήματος K_i**	**$\nu_i K_i$**	**Σχετική συχνότητα f_i%**	**Σχετική αθροιστική συχνότητα %**
[2, 4)	3	3	9	12%	12%
[4, 6)	6	5	30	24%	36%
[6, 8)	8	7	56	32%	68%
[8, 10)	5	9	45	20%	88%
[10,12)	3	11	33	12%	100%
Αθροίσματα	25		173	100%	

β. Μέσος Χρόνος Καθυστερήσεων = $\dfrac{9+30+56+45+33}{25}=\dfrac{173}{25}=6,92$ λεπτά.

γ. Τα δρομολόγια που είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά είναι στο πλήθος: 8+5+3 = 16.

δ. Το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά είναι: 68%.

ΘΕΜΑ 2ο

α. Για x < 0 είναι:

$$f(x)=\frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x}=\frac{x(x^2-4x+3)}{x(x-1)=}=\frac{x(x-1)(x-3)}{x(x-1)}=x-3\,.$$

Άρα $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x-3)=0-3=-3$

β. Για x > 0 είναι: f(x) = e^x – α.

Άρα $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(e^x-\alpha)=e^0-\alpha=1-\alpha\,.$

γ. Το $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ υπάρχει όταν και μόνον:

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) \Leftrightarrow -3 = 1 - \alpha \Leftrightarrow \alpha = 4$.

Τότε $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -3$.

δ. Για $\alpha = 4$ υπολογίστηκε ότι $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -3$.

Η f θα είναι συνεχής στο $x = 0$ όταν και μόνον:

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -3 = -3 + \beta \Leftrightarrow \beta = 0$.

ΘΕΜΑ 3ο

α. Η f είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x + \kappa$.

- Αφού παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 1$ είναι $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 + \kappa = 0 \Leftrightarrow \kappa = -2$.

- Αφού το $A(1, 0) \in C_f$ είναι $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 + \kappa \cdot 1 + \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\kappa - 1 = -(-2) - 1 = 1$.
  Έτσι $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $f'(x) = 2x - 2$.

β. $f''(x) = (2x - 2)' = 2$, $x \in \mathbb{R}$.

γ. $f(x) + f'(x) + f''(x) = x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 + 2 = x^2 + 1 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ 4ο

α. Η f είναι ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με

$f'(x) = (10\ln x - 5x^2)' = \dfrac{10}{x} - 10x$.

β. Από την εξίσωση $f'(x) = 0$ βρίσκουμε:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{10}{x} - 10x = 0 \Leftrightarrow \dfrac{10 - 10x^2}{x} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{10(1-x)(1+x)}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = -1$.

Η τιμή $x = -1$ απορρίπτεται, αφού $x > 0$.
Κατασκευάζουμε πίνακα μεταβολών:

x	0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$		$\searrow$	

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα έχουμε ότι:

- Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, 1]$.
- Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$.

γ. Η f παρουσιάζει μέγιστο στη θέση $x = 1$ και είναι $f(1) = -5$.

δ. Αφού η f παρουσιάζει στη θέση $x = 1$ μέγιστο το $f(1) = -5$, προκύπτει ότι:
$f(x) \le f(1) = -5$ για κάθε $x > 0$.