

28 ΜΑΪΟΥ 2005

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A.

Θεωρία: (βλέπε σχολικό βιβλίο, 3ος κανόνας λογισμού των πιθανοτήτων).

B.

α) **Ποσοτικές** λέγονται οι μεταβλητές των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί.

β) **Διακριτή** ονομάζεται η ποσοτική μεταβλητή η οποία παίρνει μόνο μεμονωμένες τιμές.

**Συνεχής** ονομάζεται η ποσοτική μεταβλητή η οποία μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή από ένα διάστημα πραγματικών αριθμών (α, β).

Γ.

$\alpha \rightarrow \Sigma$ ,  $\beta \rightarrow \Lambda$ ,  $\gamma \rightarrow \Lambda$ ,  $\delta \rightarrow \Lambda$

ΘΕΜΑ 2ο

α)

Κλάσεις βαθ/γίας [ )	Κέντρο κλάσης $x_i$	Συχνότητα $n_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	Αθρ.σχετ. συχνότητα $F_i$
[4, 8)	6	5	0,1	5	0,1
[8, 12)	10	10	0,2	15	0,3
[12, 16)	14	25	0,5	40	0,8
[16, 20)	18	10	0,2	50	1
Σύνολο		50	1		

β)  $\bar{x} = \frac{5 \cdot 6 + 10 \cdot 10 + 25 \cdot 14 + 10 \cdot 18}{50} = \frac{660}{50} = 13,2.$

γ) Βαθμό το πολύ μέχρι και 10 έχουν  $5 + 5 = 10$  μαθητές.

ΘΕΜΑ 3ο

α) Είναι  $\kappa = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3(x - 5)}{(x - 1)(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{x - 1} = \frac{3}{5 - 1} = \frac{3}{4}.$

β) Αφού  $\kappa = \frac{3}{4}$ , το σύνολο  $X = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right\}.$

Επειδή  $\frac{5}{4} > 1$ , η τιμή  $\frac{5}{4}$  αποκλείεται να ισούται με κάποια από τις τιμές

$P(A \cap B), P(B).$  Έτσι  $\{P(A \cap B), P(B)\} = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{2} \right\}.$

Ισχύει  $A \cap B \subseteq B$  άρα  $P(A \cap B) \leq P(B)$  και επειδή  $P(A \cap B) \neq P(B)$  είναι  $P(A \cap B) < P(B)$ .

$$\text{Άρα } P(A \cap B) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{4}.$$

γ)

$$(1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$\text{Άρα } \frac{7}{8} = P(A) + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}, \text{ οπότε } P(A) = \frac{5}{8}.$$

(2) Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο Α είναι:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

#### ΘΕΜΑ 4ο

α)

**1ος τρόπος λύσης:**

Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(0, +\infty)$ , με  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ .

Η εφαπτομένη της καμπύλης της  $f$  στο σημείο  $\Lambda(1, 1)$  έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda = f'(1) = -1.$$

Επομένως η εξίσωσή της είναι

$$y = -x + \beta.$$

Επειδή όμως το σημείο  $\Lambda(1, 1)$  ανήκει στην εφαπτομένη, είναι

$$1 = -1 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2.$$

Άρα η ζητούμενη εξίσωση της εφαπτομένης είναι  $y = -x + 2$ .

**2ος τρόπος λύσης:**

Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $\Lambda(1, 1)$  είναι:

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1).$$

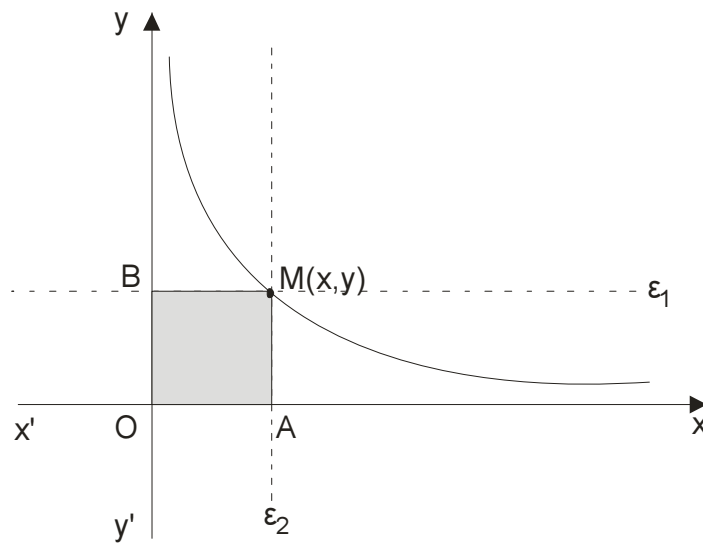
Όμως

$$f(1) = 1 \text{ και } f'(1) = -\frac{1}{1^2} = -1.$$

Επομένως

$$y - 1 = -1(x - 1) \Leftrightarrow y = -x + 1 + 1 \Leftrightarrow y = -x + 2.$$

β)



Έστω  $M(x, y)$  τυχαίο σημείο της γραφικής παράστασης της  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  οι ευθείες που διέρχονται από το  $M$  και είναι παράλληλες αντίστοιχα προς τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

Η περίμετρος του σχηματιζόμενου ορθογώνιου παραλληλογράμου  $OAMB$  είναι

$$\Pi = 2x + 2y = 2(x + y) \quad (1)$$

Λόγω της σχέσης  $y = \frac{1}{x}$ , η (1) γράφεται:

$$\Pi = 2\left(x + \frac{1}{x}\right).$$

Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$\Pi(x) = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \quad \text{με } x \in (0, +\infty).$$

Η  $\Pi(x)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(0, +\infty)$  με



$$\Pi'(x) = 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = 2\frac{x^2 - 1}{x^2} = 2\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}.$$

Από την εξίσωση  $\Pi'(x) = 0$  έχουμε:

$$2\frac{(x-1)(x+1)}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = +1 \quad \text{ή} \quad x = -1.$$

Η τιμή  $x = -1$  απορρίπτεται γιατί  $x \in (0, +\infty)$ .

Σχηματίζουμε τον πίνακα μεταβολών:

x	0	1	$+\infty$
$\Pi'(x)$		-	+
$\Pi(x)$			

ελαχ.

$$\Pi(1) = 4$$

Οπότε για την τιμή  $x = 1$ , η  $\Pi(x)$  παρουσιάζει ελάχιστο. Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το  $M(1, 1)$ .

γ) Είναι :

$$\bar{y} = -x + 2 = -3 \quad \text{και}$$

$$S_y = |-1| S_x = 2.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Γ. ΧΑΛΔΙΑΚΗΣ  
ΠΕΙΡΑΙΑΣ