

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν $f(x) = x^2$, να αποδείξετε ότι:

$$f'(x) = 2x.$$

Μονάδες 4

Α2. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , παρουσιάζει τοπικό μέγιστο ή τοπικό ελάχιστο;

Μονάδες 3

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Όταν μια συνάρτηση έχει όριο στο x_0 έναν πραγματικό αριθμό l , τότε το x_0 ανήκει οπωσδήποτε στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
2. Αν μια συνάρτηση δεν είναι συνεχής στο x_0 , δεν θα είναι και παραγωγίσιμη στο x_0 .
3. Το σημείο $A(3, 6)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της $f(x) = x^2 + x - 6$.
4. Όταν η εφαπτομένη στην καμπύλη μιας συνάρτησης σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° , τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι ίσος με 1.
5. Η $f(x) = \sin x$ δεν μπορεί να ορίζεται στο $[-3, 3]$.

Μονάδες 10

A4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^y = \dots$

2. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \dots$

3. Αν f', g' οι παράγωγοι των συναρτήσεων f, g , τότε $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

4. Αν f', g' οι παράγωγοι των συναρτήσεων f, g , τότε $(f(g(x)))' = \dots$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και την παράγωγο της:

$$f(x) = \eta\mu(x^2 + 9) - \sqrt{2x+1} - \frac{2}{x}$$

Μονάδες 8

B2. Να αποδείξετε ότι η 2^η παράγωγος της $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$, είναι ίση με:

$$f(x) = \frac{-6x^2 + 2}{(x^2 + 1)^3}$$

Μονάδες 9

B3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 - 2x^2 + 6x - 2$. Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της f' διέρχεται από το $A(-1, 4)$, να αποδείξετε ότι $\alpha = -2$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = \frac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της g .

Μονάδες 4

Αν $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}, & x \in [0,1) \cup (1,+\infty) \\ 225 \cdot \lambda x + \frac{47}{4}, & x=1 \end{cases}$, όπου λ ο συντελεστής

διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f , στο $x_0 = 4$.

Γ2. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Μονάδες 5

Γ3. Να βρεθεί η τιμή του λ .

Μονάδες 8

Γ4. Για $\lambda = -\frac{11}{225}$, να εξετάσετε την f ως προς τη συνέχεια στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 3

Γ5. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο $x_0 = 4$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x^2 + 1) \cdot (κx + 2)$, $x \in \mathbb{R}$

Δ1. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης.

Μονάδες 6

Δ2. Να αποδείξετε ότι $κ = -4$, αν γνωρίζετε ότι: $2f(0) + f'(-1) = f(1) + f'(1)$.

Μονάδες 7

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2018**
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

Δ3. Για $\kappa = -4$, να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 10x^2 + 2}{(\kappa + 5)x^2 - (-7 - 2\kappa)x}$.

Μονάδες 7

Δ4. Αν η συνάρτηση φείναι γνησίως φθίνουσα για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να συγκρίνετε μεταξύ τους, το $f(2017)$ με το $f(2018)$ και το $f\left(\frac{1}{2017}\right)$ με το $f\left(\frac{1}{2018}\right)$.

Μονάδες 5

ΟΕΦΕΕ