

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(α)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 17 Απριλίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** 1. Ο φυσικός αριθμός που μας δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή μιας μεταβλητής ονομάζεται *συχνότητα* v_i .
2. Σχετική συχνότητα f_i ονομάζεται ο λόγος της συχνότητας v_i προς το μέγεθος n του δείγματος: $f_i = \frac{v_i}{n}$

3. Έστω η συνάρτηση $f(x) = c$. Έχουμε:

$$f(x+h) - f(x) = c - c = 0$$

και για $h \neq 0$, $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{c - c}{h} = 0$. Επομένως:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0. \text{ Άρα } (c)' = 0$$

A2.

1. Λ
2. Σ
3. Λ
4. Λ

A3.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (c \cdot f(x)) = c \cdot l$
2. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
3. $(\sin x)' = \cos x$
4. Αν $CV = 9\%$, τότε το δείγμα είναι *ομοιογενές*.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(α)

ΘΕΜΑ Β

B1. $\bar{x} = 7 \Leftrightarrow \frac{8+5+2\omega-2+5+9+2\omega+1+\omega+3+6+8+7}{10} = 7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5\omega + 50 = 70 \Leftrightarrow 5\omega = 20 \Leftrightarrow \omega = 4$

B2. Αντικαθιστώντας την τιμή του ω ($\omega = 4$), οι αριθμοί μπαίνοντας σε αύξουσα σειρά θα είναι οι:

5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9

Το πλήθος του δείγματος είναι 10, άρα υπάρχουν 2 μεσαίες παρατηρήσεις, η 5^η και η 6^η. Δηλαδή $\delta = \frac{7+7}{2} = \frac{14}{2} = 7$.

B3. $s^2 = \frac{(5-7)^2 \cdot 2 + (6-7)^2 \cdot 2 + (7-7)^2 \cdot 2 + (8-7)^2 \cdot 2 + (9-7)^2 \cdot 2}{10} =$

$= \frac{8+2+0+2+8}{10} = \frac{20}{10} = 2$

Άρα η τυπική απόκλιση θα είναι ίση με: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2}$

B4. $\bar{x}' = \frac{5+5+6+6+7+7+8+8+9+9+4+10}{12} = \frac{84}{12} = 7$

ΘΕΜΑ Γ

A

Γ1. Επειδή η εφαπτομένη της καμπύλης της f είναι παράλληλη στην ευθεία ε , θα έχουν ίσους συντελεστές διεύθυνσης. Δηλαδή: $\lambda = f'(1) = 2$.

Είναι: $f'(x) = (x^3)' - (2\alpha x^2)' + (5x)' - (2)' \Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 4\alpha x + 5$.

$f'(1) = 2 \Leftrightarrow 3 \cdot 1^2 - 4\alpha \cdot 1 + 5 = 2 \Leftrightarrow -4\alpha = 2 - 8 \Leftrightarrow \alpha = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$.

Γ2. $f(1) = 1^3 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 1 - 3 + 3 \Leftrightarrow f(1) = 1$

$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow f(1) = f'(1) \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow 1 = 2 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -1$.

Άρα η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης είναι:

$y = 2x - 1$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(α)

Β

Γ3. Θα πρέπει $6 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 6$

Επίσης, θα πρέπει $4 - x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x \neq \pm 2$.

Άρα $A_g = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, 6]$

$$\begin{aligned} \Gamma 4. \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{6-x}}{4-x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - \sqrt{6-x})(2 + \sqrt{6-x})}{(2-x)(2+x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^2 - (\sqrt{6-x})^2}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - 6 + x}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(2-x)(2+x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(2-x)}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{2+x} = \frac{-1}{2+2} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $S(t) = \frac{2t^3}{3} - 7t^2 + 20t + 2$

$$S(3) = \frac{2 \cdot 3^3}{3} - 7 \cdot 3^2 + 20 \cdot 3 + 2 = 18 - 63 + 60 + 2 = 17 \text{ m.}$$

Δ2. $S'(t) = \left(\frac{2t^3}{3}\right)' - (7t^2)' + (20t)' + (2)' = 2t^2 - 14t + 20 \text{ m/sec.}$

Δ3. Η ταχύτητα ενός σώματος είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του.

Άρα $u(t) = S'(t)$. Επομένως: $u(t) = 0 \Leftrightarrow S'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 14t + 20 = 0$

Για αυτήν έχουμε: $\Delta = (-14)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 196 - 160 = 36$ και

$$t_{1,2} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 2} = \begin{cases} \frac{14+6}{4} = 5 \\ \frac{14-6}{4} = 2 \end{cases}$$

Άρα η ταχύτητα μηδενίζεται όταν $t = 2\text{s}$ ή $t = 5\text{s}$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(α)

Δ4. Θα μελετήσουμε τη συνάρτηση της θέσης ως προς τη μονοτονία:

t	0	2	5	10	
S'(t)	+	○	-	○	+
S(t)	↗ ↘ ↗				

Στο (2,5) είναι $S'(t) < 0$, άρα στο $[2,5]$ η $S(t)$ είναι γνησίως φθίνουσα.
 Άρα η θέση του σώματος μειώνεται από 2 έως 5 sec.

Δ5. Θα μελετήσουμε τη συνάρτηση της ταχύτητας ως προς τα ακρότατα.

$$u(t) = 2t^2 - 14t + 20 \text{ m/sec.}$$

$$u'(t) = (2t^2)' - (14t)' + (20)' = 4t - 14 \text{ m/sec}^2.$$

$$u'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \text{ sec.}$$

t	0	7/2	10
u'(t)	-	○	+
u(t)	↘ ↗		

Στο $[0, 7/2)$ είναι $u'(t) < 0$ και στο $(7/2, 10]$ είναι $u'(t) > 0$. Άρα στο $t = 7/2$ sec η ταχύτητα γίνεται ελάχιστη, με τιμή:

$$u\left(\frac{7}{2}\right) = 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{7}{2}\right) + 20 = 2 \cdot \frac{49}{4} - 49 + 20 = -\frac{9}{2} \text{ m/sec.}$$