ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016

Β ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Ημερομηνία: Κυριακή 17 Απριλίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω $\vec{a},\vec{v}$ δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{a} \neq \vec{0}$.

Δείξτε ότι για την προβολή του $\vec{v}$ πάνω στο $\vec{\alpha}$ ισχύει $\vec{a}\vec{v} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\alpha}}\vec{v}$.

(15 μονάδες)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από το τύπο $(\text{ΑΒΓ}) = \frac{1}{2}\det\left(\overrightarrow{\text{ΑΒ}}, \overrightarrow{\text{ΑΓ}}\right)$.

Σ - Λ

β) Για τη γωνία φ, που σχηματίζει ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον άξονα $x'x$ ισχύει $0 \leq \varphi < 2\pi$. **Σ – Λ**

γ) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ **με** $\text{A} \cdot \text{B} \neq 0$ και $\text{A}^2 + \text{B}^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $\text{K}\left(\frac{\text{A}}{2}, \frac{\text{B}}{2}\right)$. **Σ – Λ**

δ) Η απόσταση της κορυφής μιας παραβολής από την εστία της είναι ίση με το μισό της απόστασης της εστίας από την διευθετούσα. **Σ – Λ**

ε) Ισχύει η ισοδυναμία $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda\vec{\beta} \Leftrightarrow \det\left(\vec{a}, \vec{\beta}\right) = 0$, $\lambda \in R$ και $\vec{\beta} \neq \vec{0}$ **Σ – Λ**

(2x5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(-1,2)$ και $\vec{\beta}=-3\vec{j}$.

Β1. Δείξτε ότι το διάνυσμα $\vec{v}=3\vec{a}-2\vec{\beta}=(-3,12)$ και βρείτε τον αριθμό $\gamma=\vec{v}\vec{a}+4\vec{a}\vec{\beta}$.

(6 μονάδες)

Β2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ η πλευρά ΑΒ διέρχεται από το σημείο Κ(3,3) και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{v}$, ενώ η πλευρά ΒΓ έχει εξίσωση $y=\left(\vec{v}\vec{a}+4\vec{a}\vec{\beta}\right)x-2$ τότε βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών ΑΒ και ΒΓ και την κορυφή Β.

(7 μονάδες)

Β3. Βρείτε την εξίσωση της ευθείας γραμμής, στην οποία βρίσκονται τα σημεία Μ(λ-1, 2λ+2), $\lambda\in\mathbb{R}$.

(6 μονάδες)

Β4. Αν η πλευρά ΑΓ είναι η ευθεία γραμμή που βρήκατε στο ερώτημα Β3 τότε να δείξτε ότι το μήκος του ύψους ΒΛ είναι $\dfrac{49\sqrt{5}}{55}$.

(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφή Α(2,-3) και τη πλευρά ΓΔ να έχει εξίσωση $2x-3y+5=0$. Μία πλευρά του βρίσκεται στην ευθεία

$$(\varepsilon):\ x+y=0.$$

Γ1. Δείξτε ότι η πλευρά που βρίσκεται στην ευθεία (ε) είναι η ΒΓ, βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ και δείξτε ότι το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι Κ $\left(\dfrac{1}{2},-1\right)$.

(7 μονάδες)

Γ2. Βρείτε την πλευρά ΑΒ και δείξτε ότι το εμβαδόν του παραλληλογράμμουΑΒΓΔ είναι $\dfrac{18}{5}$ τ.μ.

(7 μονάδες)

Γ3. Δείξτε ότι η εξίσωση της παραβολής C, που έχει κορυφή Ο(0,0), άξονα συμμετρίας τον $x'x$ και διέρχεται από το κέντρο Κ του παραλληλογράμμου είναι $x=\dfrac{1}{2}y^2$

(5 μονάδες)

Γ4. Δείξτε ότι η εφαπτομένη της παραβολής C στο σημείο K είναι $2x+2y+1=0$ και μετά βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της διχοτόμου της γωνίας $\widehat{\text{EK}\Theta}$, όπου E η εστία και $\overrightarrow{\text{K}\Theta} \nearrow\nearrow \overrightarrow{\text{OE}}$.

(6 μονάδες)

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: \alpha x+\beta y=0$.

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^2+y^2-4\alpha x-4\beta y=0$ παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ.

(7 μονάδες)

Δ2. Ποια είναι η σχετική θέση της ευθείας και του κύκλου.

(5 μονάδες)

Δ3. Αν για τους αριθμούς α και β ισχύει $3\alpha^2+4\beta^2=3$ τότε να δείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται στην έλλειψη $3x^2+4y^2=12$, της οποίας να βρείτε τα μήκη των αξόνων και την εκκεντρότητα.

(6 μονάδες)

Δ4. Δείξτε ότι η εφαπτομένη της έλλειψης σε σημείο $\text{N}(x_1, y_1)$ διαφορετικό των κορυφών της, που διέρχεται από το Ζ(-2,3) είναι $x+2y-4=0$. Μετά δείξτε ότι τα σημεία Ζ, Ο(0,0) και το μέσο του NA' είναι συνευθειακά, όπου Α΄ η κορυφή της έλλειψης στον άξονα Οχ΄

(7 μονάδες)