ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 27 Απριλίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Δείξτε ότι για μια γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

(15 μονάδες)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το (x-ρ) τότε $P(\rho) = 0$.

β) Για τη γωνία ω ισχύει πάντοτε $\eta\mu(\pi - \omega) = -\eta\mu\omega$.

γ) Για τους θετικούς αριθμούς θ_1 και θ_2 ισχύει: $\ln\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \ln\theta_1 - \ln\theta_2$.

δ) Αν σ' ένα σύστημα με 2 εξισώσεις και 2 αγνώστους ισχύουν $D \neq 0$ και $Dx=0$ και $Dy=0$, τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\dfrac{1}{e}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

(2x5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δείξτε ότι $A(x) = \dfrac{2}{\varepsilon\varphi\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + \varepsilon\varphi(\pi + x)} = \eta\mu 2x$.

(7 μονάδες)

Β2. Δείξτε ότι η $B(x) = \dfrac{(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 - \eta\mu 2x}{2} = \dfrac{1}{2}$.

(6 μονάδες)

Β3. Να λυθεί η εξίσωση $A(x) = B(x)$.

(6 μονάδες)

Β4. Έστω η συνάρτηση $f(x)=\mathrm{A}(x)-B(x)$. Βρείτε τη μέγιστη τιμή Μ, την ελάχιστη τιμή ε καθώς και την περίοδο Τ της συνάρτησης *f*(x).

(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω πολυώνυμο $P(x)=2x^5-3x^4-7x^3+(\lambda+6)x^2+7x+\mu$ για το οποίο ισχύουν:

i) Το x είναι παράγοντας του P(x).
ii) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x+1) είναι 3.

Γ1. Δείξτε ότι λ=2 και μ=0.

(6 μονάδες)

Γ2. Για λ=2 και μ=0,

i) Να γραφεί η ταυτότητα της διαίρεσης του P(x) με το $\left(x^2-2\right)$.

(7 μονάδες)

ii) Να βρεθούν τα διαστήματα που η γραφική παράσταση του P(x) είναι πάνω από την ευθεία $y=x+4$.

(7 μονάδες)

Γ3. Έστω το πολυώνυμο:

$$Q(x)=2x^5+(2a+\beta)x^4-7x^3+(-3a+2\beta)x^2+(\kappa+6)x+(\kappa-1).$$

Βρείτε τους αριθμούς α, β και κ ώστε $P(x)=Q(x)$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

(5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x)=\ln\left(\dfrac{e^{2x}-(e+1)e^x+e}{e^{x+1}-e}\right)$ και $g(x)=e^{2x-1}-4e^{x-1}+3$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της *f* και να απλοποιηθεί ο τύπος της.

(6 μονάδες)

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $g(x)=e^{\ln\frac{5+3e}{e}}$

(7 μονάδες)

Δ3. Βρείτε τις τιμές του x ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης *f*(x) να μην είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

(6 μονάδες)

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $e^{f(x)}\geq g(x)+\dfrac{6-4e}{e}$.

(6 μονάδες)