Β' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.1. Αν α, β είναι δύο γωνίες για τις οποίες ισχύει $\text{συν}\alpha \neq 0$, $\text{συν}\beta \neq 0$ και $\text{συν}(\alpha+\beta) \neq 0$ να αποδείξετε ότι:

$$\text{εφ}(\alpha+\beta) = \frac{\text{εφ}\alpha + \text{εφ}\beta}{1 - \text{εφ}\alpha \cdot \text{εφ}\beta}.$$

Μονάδες 10

Α.2. Σε μία αριθμητική πρόοδο (α_ν) να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο α_ν που έχει πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω καθώς και τον τύπο του αθροίσματος των ν πρώτων όρων.

Μονάδες 5

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. $\text{συν}60^o \text{συν}30^o + \text{ημ}60^o \text{ημ}30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ii. Το πολυώνυμο $P(x) = (x^3 + x - 1)^{2010} + x + 2$ έχει σταθερό όρο 3.

iii. Εάν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

iv. $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln\theta = x$, $\theta > 0$.

v. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε θ_1, $\theta_2 > 0$ ισχύει $\frac{\log_\alpha \theta_1}{\log_\alpha \theta_2} = \log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - x + \beta$ με $\alpha, \beta \in R$ και το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + x - 1$.

α) Να βρεθούν $\alpha, \beta \in R$ αν η αριθμητική τιμή του $P(x)$ για $x = -3$ είναι -8 και έχει παράγοντα το $x + 2$.

Μονάδες 10

β) Αν $\alpha = 2 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \beta = -2$, να βρείτε το πηλίκο $\Pi(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ δια του $Q(x)$ και να γράψετε το $P(x)$ με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = Q(x) - 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3$^{\text{ο}}$

Α. **α)** Να λύσετε την εξίσωση $\etaμ2x - \sqrt{2}\sigmaυνx = 0$ (1).

Μονάδες 9

β) Να αποδείξετε ότι οι λύσεις της (1) στο διάστημα $[0, \pi]$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

Β. Να αποδείξετε ότι $\dfrac{3 - 4\sigmaυν2\alpha + \sigmaυν4\alpha}{3 + 4\sigmaυν2\alpha + \sigmaυν4\alpha} = \varepsilonφ^4\alpha$ για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4$^{\text{ο}}$

Α. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\ln x}$, για $x > 1$.

i. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
$L = \varphi(2) \cdot \varphi(3) \cdot \varphi(4) \cdot \ldots \cdot \varphi(63) + 2004$

Μονάδες 6

ii. Να λυθεί η ανίσωση $\varphi(x) > \varphi(x^2)$

Μονάδες 6

Β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(e^{2x} - (e+1)e^x + e\right)$.

i. Για ποιες τιμές του x, με $x > 0$ ορίζεται η συνάρτηση f.

Μονάδες 7

ii. Να λυθεί η εξίσωση $f(\ln x) = \ln(x-1)$ για κάθε $x > e$

Μονάδες 6