www.oefe.gr
08 επαναληπτικά θέματα

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω Οχψ ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και $A(x_0,\psi_0)$ ένα σημείο του επιπέδου.

α. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α και για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι: $\psi-\psi_0=\lambda(x-x_0)$.

Μονάδες 10

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η απόσταση δύο σημείων $A(x_1,\psi_1)$ και $B(x_2,\psi_2)$ του συστήματος συντεταγμένων Οχψ,δίνεται από τον τύπο: $(AB)=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(\psi_2-\psi_1)^2}$

Μονάδες 2

β. Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ μη παράλληλα προς τον άξονα ψ'ψ, ισχύει η ιδιότητα: $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}\Leftrightarrow\lambda_{\vec{\alpha}}.\lambda_{\vec{\beta}}=-1$, όπου $\lambda_{\vec{\alpha}},\lambda_{\vec{\beta}}$ οι συντελεστές διεύθυνσης των $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ αντιστοίχως.

Μονάδες 2

γ. Η εξίσωση: $(x-x_0)^2+(\psi-\psi_0)^2=\rho^2$,με ρ πραγματικό αριθμό, παριστάνει πάντα κύκλο.

Μονάδες 2

δ. Μια ευθεία ε εφάπτεται σε κύκλο C ο οποίος έχει κέντρο Κ και ακτίνα ρ, όταν ισχύει η σχέση: $d(K,\varepsilon)=\rho$.

Μονάδες 2

ε. Η παραβολή με εξίσωση: $x^2=2\rho\psi,\rho<0$,έχει την εστία της Ε πάνω στον ημιάξονα Οχ'.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2$^{\text{Ο}}$

Στο καρτεσιανό επίπεδο Οχψ δίνονται τα σημεία Α(2,0), Β(4,5), Γ(6,κ) με $\kappa \in \mathbb{R} - \{10\}$.

α. Να δείξετε ότι:

i) Τα σημεία Α, Β, Γ δεν είναι συνευθειακά.

Μονάδες 4

ii) Η εξίσωση της ευθείας της διαμέσου (ε) που φέρουμε από την κορυφή Β του τριγώνου ΑΒΓ, είναι x=4.

Μονάδες 2

β. Να προσδιορίσετε την κορυφή Γ του τριγώνου ΑΒΓ, αν το εμβαδόν του είναι (ΑΒΓ)=8 τετραγωνικές μονάδες.

Μονάδες 9

γ. Για κ=2,να βρείτε την εξίσωση της ευθείας του ύψους (η) που φέρουμε από την κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ, καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου Δ στο οποίο τέμνονται οι ευθείες (η) και (ε).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$

Δίνεται η εξίσωση: $\dfrac{x^2}{\mu+2} + \dfrac{\psi^2}{3-\mu} = 1, (1)$, όπου $\mu \in \mathbb{R} - \{-2, 3\}$.

α. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.

Μονάδες 4

β. Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση (1) παριστάνει έλλειψη;

Μονάδες 5

γ. Αν $\mu \in \left(-2, \dfrac{1}{2}\right)$,τότε:

i) Να δείξετε ότι η έλλειψη που προκύπτει από την (1) έχει τις εστίες της πάνω στον άξονα ψ'ψ.

Μονάδες 7

ii) Να υπολογίσετε την τιμή του μ ώστε η εκκεντρότητα της έλλειψης (1) να είναι ίση με $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω τα σημεία Α(-1,ψ) και Β(2x,ψ) με $x,\psi \in \mathbb{R}$ του καρτεσιανού επιπέδου Οxψ.

Α. Αν είναι $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$, τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ(x,ψ) ανήκουν στην παραβολή $C_1 : \psi^2 = 2x$, της οποίας να βρείτε την εστία Ε και την διευθετούσα δ.

Μονάδες 6

Β. Αν ισχύει $3\overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{OB}^2 = 15,$ τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ(x,ψ) ανήκουν στο κύκλο $C_2 : x^2 + \psi^2 = 3$, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 8

Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα κοινά σημεία των C_1 και C_2 είναι το $K\left(1, \sqrt{2}\right)$ και το $\Lambda\left(1, -\sqrt{2}\right)$.

Μονάδες 7

β) Η εφαπτομένη της C_1 στο Κ είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του C_2 στο Λ.

Μονάδες 4

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!