Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 28

Β. iii

Γ. α)Λ β)Σ γ)Λ δ)Σ ε)Λ

Δ. α. $συν(α-β)=συνα\cdot συνβ+ημα\cdot ημβ$

β. $\ell oge\cdot \ell n10=\dfrac{\ell ne}{\ell n10}\cdot \ell n10=1$

γ. $\ell og\dfrac{θ_1}{θ_2}=\ell ogθ_1-\ell ogθ_2$

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Πρέπει : $x^2=1\cdot(2-x)\Leftrightarrow x^2=2-x\Leftrightarrow x^2+x-2=0$

$Δ=1+8=9$

$x=\dfrac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}1\\-2\end{cases}$

Β. Πρέπει : $\left.\begin{aligned}P(1)=0\\P(-2)=0\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{aligned}1^4+(α-β)\cdot 1^3-(2α-3β)\cdot 1^2+1-2=0\\(-2)^4+(α-β)(-2)^3-(2α-3β)(-2)^2+(-2)-2=0\end{aligned}\right\}$

$\Leftrightarrow\left.\begin{aligned}1+α-β-2α+3β+1-2=0\\16-8α+8β-8α+12β-2-2=0\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{aligned}-α+2β=0\\-16α+20β=-12\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow$

$\left.\begin{aligned}-α+2β=0\\-4α+5β=-3\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{aligned}α=2β\\-8β+5β=-3\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow\begin{aligned}α=2\\β=1\end{aligned}$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Πρέπει : $\alpha_2-\alpha_1=\alpha_3-\alpha_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\text{συν}2\alpha-1=-2\text{ημ}^2\alpha-\frac{1}{2}\text{συν}2\alpha \Leftrightarrow \text{συν}2\alpha=1-2\text{ημ}^2\alpha$ (ισχύει)

Β. $\omega=\alpha_2-\alpha_1=\frac{1}{2}\text{συν}2\alpha-1=\frac{1-2\text{ημ}^2\alpha}{2}-1=-\text{ημ}^2\alpha-\frac{1}{2}$

$$S4=-2 \Leftrightarrow \frac{4}{2}\left[2\cdot1+(4-1)\cdot\left(-\text{ημ}^2\alpha-\frac{1}{2}\right)\right]=-2 \Leftrightarrow 4-6\text{ημ}^2\alpha-3=-2$$

$$6\text{ημ}^2\alpha=3 \Leftrightarrow \text{ημ}^2\alpha=\frac{1}{2} \quad \begin{cases} \text{ημ}\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{ημ}\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$\text{ημ}\alpha=\text{ημ}\frac{\pi}{4}$

$\alpha=2\kappa\pi+\frac{\pi}{4}$ η $\alpha=2\kappa\pi+\frac{3\pi}{4}$ ή

$\text{ημ}\alpha=\text{ημ}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$\alpha=2\kappa\pi-\frac{\pi}{4}$ η $\alpha=2\kappa\pi+\frac{5\pi}{4}$, $\kappa\in z$

Γ. $S_{103}=\frac{103}{2}\left[2\cdot1+(103-1)\cdot\left(-\text{ημ}^2\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\right]=103[1+51\cdot(-1)]=103\cdot(-50)=-5150$

Δ. $S_5=\frac{5}{2}\left[2\cdot1+(5-1)\cdot\left(-\text{ημ}^2\alpha-\frac{1}{2}\right)\right]=5\left[1-2\text{ημ}^2\alpha-1\right]=-10\text{ημ}^2\alpha\neq0$, $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

(Αν $S_5=0 \Leftrightarrow \cdots \text{ημ}^2\alpha=0$ Άτοπο)

Άρα ο βαθμός του πολυωνύμου είναι 5.

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Πρέπει $2e^{2x+1}+e^{x+1}>0$ Άρα $x\in R$ δηλαδή $A_f=R$

$f(0)=\ell n\left(2e^{2\cdot0+1}+e^{0+1}\right)=\ell n(2e+e)=\ell n3e=\ell n3+\ell ne=\ell n3+1$

Β. $f(x)=1 \Leftrightarrow \ell n\left(2e^{2\cdot x+1}+e^{x+1}\right)=\ell ne \xleftrightarrow{\ell nx:1-1} 2e^{2\cdot x+1}+e^{x+1}=e$

$$2e\cdot e^{2x}+e\cdot e^x-e=0 \Leftrightarrow e\left(2e^{2x}+e^x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} 2\left(e^x\right)^2+e^x-1=0 \\ \text{θετω} \quad e^x=y \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$2y^2+y-1=0 \cdots \begin{cases} y=-1 \\ \text{η} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Άρα $e^x=-1$ ΑΔΥΝΑΤΗ ή $e^x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \ell ne^x=\ell n\frac{1}{2} \Leftrightarrow x\cdot\ell ne=\ell n1-\ell n2 \Leftrightarrow x=-\ell n2$

Γ. $f(x)<1 \Leftrightarrow \ldots 2e^{2x}+e^x-1<0$, $-1<e^x<\frac{1}{2}$, $e^x>-1 \Leftrightarrow x\in R$

$e^x<\frac{1}{2} \xleftrightarrow{\ell nx\uparrow} \ell ne^x<\ell n\frac{1}{2} \Leftrightarrow x<-\ell n2$

Άρα $x\in(-\infty,-\ell n2)$