# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2004

## ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
## ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

**α.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31. Η παράγωγος αθροίσματος.

**β.** 1Λ
2Σ
3Λ
4Λ

**γ.** $\overline{x'} = -2\,\overline{x} = -8$

$R' = \max' - \min' = -2\min + 2\max = 2(\max - \min) = 2R = 20$

$s' = |c|s = 2s = 4$

**δ.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 33. (ο σχετικός πίνακας).

**ΘΕΜΑ 2ο**

**α.** Με το πίνακα διπλής εισόδου ή το δεντροδιάγραμμα του πειράματος βρίσκουμε
$\Omega=\{KM_1, KM_2, KM_3, M_1K, M_1M_2, M_1M_3, M_2K, M_2M_1, M_2M_3, M_3K, M_3M_1, M_3M_2\}$

**β**. $A=\{M_1M_2, M_1M_3, M_2M_1, M_2M_3, M_3M_1, M_3M_2\}$

$B=\{KM_1,\ KM_2,\ KM_3,\ M_1K,\ M_2K,\ M_3K\}$

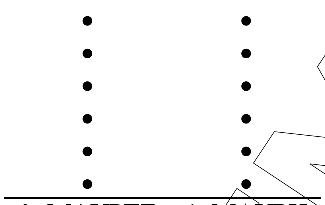
$\Gamma = \{\ \}$

**γ.** Επειδή η αφαίρεση των σφαιρών γίνεται τυχαία ( δες σελίδα 150 Σχόλιο), τα απλά ενδεχόμενα του Ω είναι ισοπίθανα, οπότε από τον κλασικό ορισμό των πιθανοτήτων έχουμε**:**

$P(A)=\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}=\dfrac{6}{12}=0{,}5$

$P(B)=\dfrac{N(B)}{N(\Omega)}=\dfrac{6}{12}=0{,}5$ και $P(\Gamma)=P(\varnothing)=0$

**δ.**



2 ΜΑΥΡΕΣ ΣΦΑΙΡΕΣ    1 ΜΑΥΡΗ ΣΦΑΙΡΑ

**ΘΕΜΑ 3ο**

**Α.** Έχουμε: $f'(x) = (2x^2-2x+1)' = 4x-2$ και

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x-2=0 \Leftrightarrow x=1/2$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 4x-2>0 \Leftrightarrow x>1/2$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow 4x-2<0 \Leftrightarrow x<1/2$

Επομένως, (κριτήριο 1ης παραγώγου) η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $\mathbb{R}$ για $x_o=1/2$ το

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\left(\frac{1}{2}\right)+1=\frac{1}{2}$$

**Β. α)** Έχουμε $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} t_i}{4} = \dfrac{P(A) + P(A') + P(\varnothing) + P(\Omega)}{4} = \dfrac{1+0+1}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Διατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά Είναι

$P(\varnothing) = 0,\quad P(A),\quad P(A'),\quad P(\Omega) = 1$ ή $P(\varnothing)=0,\quad P(A'),\quad P(A),\quad P(\Omega)=1$

Σε κάθε περίπτωση η διάμεσος , ως το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, ισούται με

$$\delta = \frac{P(A) + P(A')}{2} = \frac{1}{2}$$

**β)** Είναι $s^2 = \dfrac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left(t_i - \overline{x}\right)^2$

$$= \frac{1}{4}\left[(P(A) - \frac{1}{2})^2 + (P(A') - \frac{1}{2})^2 + (P(0) - \frac{1}{2})^2 + (P(\Omega) - \frac{1}{2})^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[(P(A) - \frac{1}{2})^2 + (1 - P(A') - \frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2 + (1 - \frac{1}{2})^2\right]$$

$$= \ldots\ldots \frac{1}{4}\left[2P^2(A) - 2P(A) + 1\right]$$

**γ.** Είναι $s^2 = \dfrac{1}{4} f\ (P(A))$

Από το α ερώτημα έχουμε: $s^2 \geq \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow s \geq \dfrac{1}{\sqrt{8}}$ και η ισότητα ισχύει όταν P(A)=1/2. Έτσι,

$$CV = \frac{s}{|\overline{x}|} = \frac{s}{\frac{1}{2}} \geq \frac{\frac{1}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ώστε, είναι $CV \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ και η ισότητα ισχύει, όταν P(A)=1/2, που δίνει P(A') = 1−P(A) = ½, δηλαδή, ισοδύναμα, όταν P(A)=P(A')

**ΘΕΜΑ 4ο**

**Α.** Έστω, x η συχνότητα της πρώτης κλάσης και y της τρίτης κλάσης. Για τα κέντρα και τις συχνότητες των κλάσεων έχουμε:

| $x_i$ | $\nu_i$ |
|---|---|
| −3 | x |
| −1 | 3x |
| 1 | y |
| 3 | 5x |
| ΣΥΝΟΛΟ | 9x+y |

Είναι: $\overline{x} = \dfrac{\Sigma x_i\ \nu_i}{\nu} = \dfrac{-3x - 3x + y + 15x}{9x + y} = \dfrac{9x + y}{9x + y} = 1$

**Β. α)** Με $\nu$ =x, από τον τύπο $f_i\% = \frac{\nu_i}{\nu}\,100\%$ βρίσκουμε

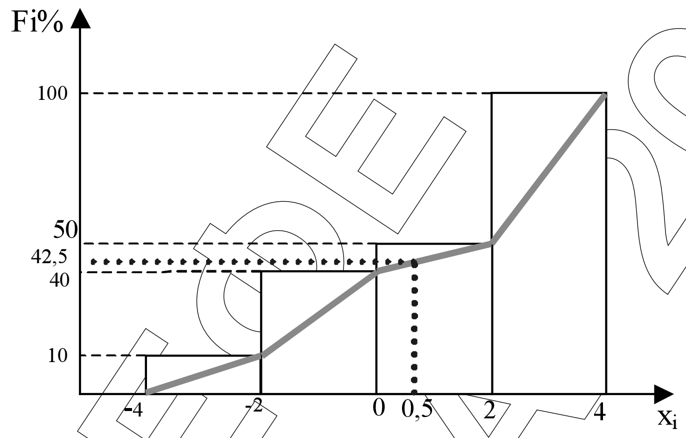
$$f_1\% = \frac{x}{10x}\,100\% = 10\%$$

$$f_2\% = \frac{3x}{10x}\,100\% = 30\%$$

$$f_3\% = \frac{x}{10x}\,100\% = 10\%$$

$$f_4\% = \frac{5x}{10x}\,100\% = 50\%$$

Έτσι, συμπληρώνουμε την τέταρτη στήλη του δοσμένου πίνακα. Το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το ζητούμενο πολύγωνο φαίνονται στο επόμενο σχήμα.




β) Η διάμεσος αντιστοιχεί στην παρατήρηση, που έχει αθροιστική συχνότητα 50%. Έτσι, είναι η τετμημένη του σημείου του πολυγώνου των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, που έχει τεταγμένη 50. Βρίσκουμε δ=$2^0$C.

γ) Το ποσοστό των ψυγείων με θερμοκρασία μικρότερη ή ίση της τιμής $0{,}5^0$C είναι η αθροιστική συχνότητα της τιμής $0{,}5^0$C. Από το σχήμα του Βα ερωτήματος το εκτιμάμε σε 42,5%. Επομένως το ( 100−42,5 )% = 57,5% των ψυγείων έχει θερμοκρασία μεγαλύτερη από $0{,}5^0$C.