

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2003

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΕΕ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο

7, 11, 10, 13, 15, 3, 12, 11, 4, 14
3, 4, 7, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15

α)

X_i	V_i συχνότητα	N_i αθροιστική συχνότητα	f_i σχετική συχνότητα	$X_i V_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 \cdot v_i$
3	1	1	0,1	3	7	49	49
4	1	2	0,1	4	6	36	36
7	1	3	0,1	7	3	9	9
10	1	4	0,1	10	0	0	0
11	2	6	0,2	22	-1	1	2
12	1	7	0,1	12	-2	4	4
13	1	8	0,1	13	-3	9	9
14	1	9	0,1	14	-4	16	16
15	1	10	0,1	15	-5	25	25
ΣΥΝΟΛΟ	$V = 10$		1	100			150

β) μέση τιμή $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot v_i}{10} = \frac{100}{10} = 10$

γ) επικρατούσα τιμή (M_0) = 11

δ) διάμεσος $\delta = \frac{11+11}{2} = 11$

ε) ΕΥΡΟΣ $R = 15 - 3 = 12$

στ) διακύμανση $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{150}{10} = 15$

ζ) Το πλήθος των προϊόντων με τιμή τουλάχιστον 12 είναι 4. (τουλάχιστον = το λιγότερο)

ΖΗΤΗΜΑ 2°

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x-1}{4x^2+7x-2} = \frac{8-1}{16+14-2} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+2}^2 - 2^2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

γ) Για να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, πρέπει να ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

Παρατηρούμε ότι τα πλευρικά όρια είναι ίσα, άρα υπάρχει το

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{4}.$$

ΖΗΤΗΜΑ 3°

$$f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + 3$$

α) Επειδή η συνάρτηση f είναι πολυωνυμική έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \text{ ή } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = (2x^3 + \alpha x^2 + 3) = 2 \cdot 2^3 + \alpha \cdot 2^2 + 3 =$$

$$16 + 4\alpha + 3 = 4\alpha + 19$$

$$\text{Άρα } 4\alpha + 19 = -1 \Rightarrow 4\alpha = -19 - 1 \Rightarrow 4\alpha = -20 \Rightarrow \alpha = -5$$

β) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$

$$\text{παράγουσα } F(x) = \frac{2x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + 3x + c = \frac{x^4}{2} - \frac{5x^3}{3} + 3x + c$$

γ) $f'(x) = \text{συν}(2x^2 + 5) \cdot (2x^2 + 5)' =$

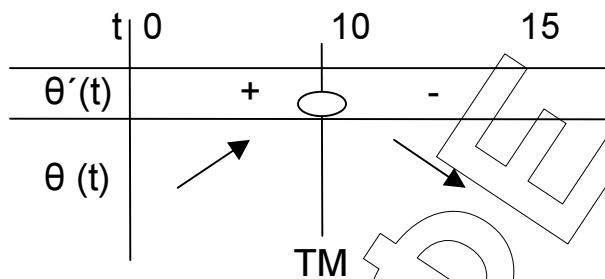
$$\text{συν}(2x^2 + 5) \cdot 4x = 4x \cdot \text{συν}(2x^2 + 5)$$

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο

$$\theta(t) = \frac{1}{10}t(20-t) + 2$$

$$\begin{aligned}\theta'(t) &= \left(\frac{1}{10}t\right)' \cdot (20-t) + (20-t)' \cdot \frac{1}{10}t = \frac{1}{10} \cdot (20-t) - \frac{1}{10}t = \\ &= \frac{20-t}{10} - \frac{t}{10} = \frac{20-2t}{10} = \frac{2(10-t)}{10} = \frac{10-t}{5}\end{aligned}$$

$$\theta'(t) = 0 \Rightarrow \frac{10-t}{5} = 0 \Rightarrow 10-t = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ μήνες}$$



α) Η χρονική στιγμή κατά την οποία η θεαματικότητα της εκπομπής ήταν μέγιστη είναι για $t = 10$ μήνες (το 10^ο μήνα).

β) Η μέγιστη θεαματικότητα είναι το $\theta(10) = \frac{1}{10} \cdot 10(20-10) + 2 = 12$ επί τοις εκατό (%).

γ) Η θεαματικότητα αυξάνεται στο χρονικό διάστημα $[0,10]$ δηλ. μέσα στους 10 πρώτους μήνες και μειώνεται στο χρονικό διάστημα $[10,15]$ δηλ. τους 5 τελευταίους μήνες.