ΤΑΞΗ: **3η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2024

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 93

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ .22

Α3. α)Σ ,β) Λ ,γ)Σ ,δ) Σ ,ε)Λ

Α4. Α) Σχολικό βιβλίο σελ.31 β) Σχολικό βιβλίο σελ16 γ) Σχολικό βιβλίο σελ33

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α$=\lim\limits_{x\to 2}\frac{4-x^2}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(2-x)(2+x)}{(x-3)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{-(x-2)(x+2)}{(x-3)(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{-(x+2)}{x-3}=-\frac{4}{-1}=4$

- $\lim\limits_{x\to 2}(4-x^2)=0$
- $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-5x+6)=0$,έχουμε απροσδιόριστη μορφή (0/0)

β$=\lim\limits_{x\to 1}\frac{10x^2-30x+20}{1-\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(1+\sqrt{x})10(x-2)(x-1)}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{-10(1-x)(x-2)(1+\sqrt{x})}{1-x}=$

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{-10(x-2)(1+\sqrt{x})}{1}=20$

Β2.

	ν_i	x_i	$f_i\%$	N	$F_i\%$
[0,4)	4	2	20	4	20
[4,8)	6	6	30	10	50
[8,12)	4	10	20	14	70
[12,16)	4	14	20	18	90
[16,20)	2	18	10	20	100
Σύνολα	20	/////////	100	/////////	////////

Κεντρικές τιμές :$x_1 = \frac{4+0}{2} = 2$,οι κεντρικές τιμές διαφέρουν μεταξυ τους όσο και το πλάτος των κλάσεων ,δηλ 4

$f_2 = \frac{v_2}{v} => v_2 = f_2\, v$ =0,30 ·20=6

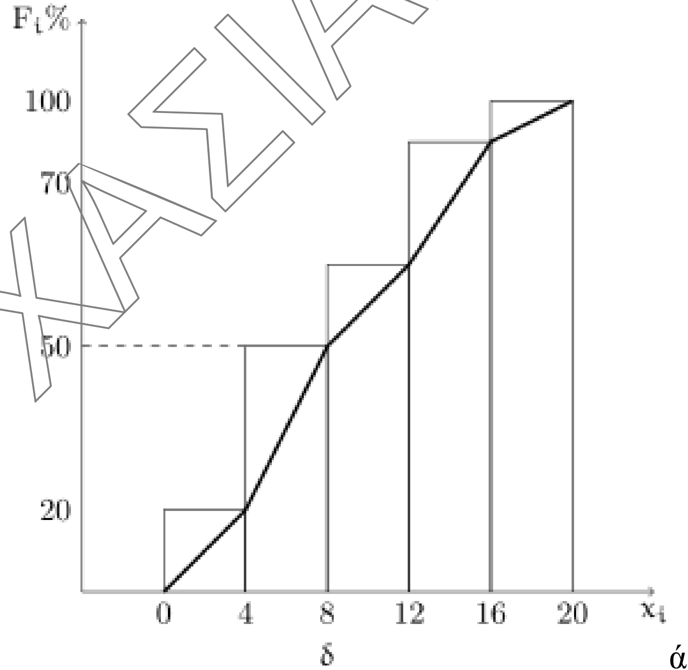
$f_1 = F_1 = 0{,}20$,$F_2 = f_1 + f_2 = 0{,}50$,$f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{4}{20} = 0{,}20$,

$$f_1 = \frac{v_1}{v} => v_1 = v\, f_1 = 20 \cdot\ 0{,}20 = 4$$

$v_4 = N - v_1 - v_3 - v_5 = 4$, $f_3 = \frac{v_3}{v} = 0{,}20 = f_4$,$f_5 = \frac{v_5}{v} = 0{,}10$

$N_1 = v_1 = 4$,$N_2 = v_1 + v_2 = 10$,$N_3 = N_2 + v_3 = 14$,$N_4 = N_3 + v_4 = 18$
$F_3 = F_2 + f_3$ =0,70 ,$F_4 = F_3 + f_4 = 0{,}90$

B3 ,B4



άρα δ=8

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α) f΄(0)=3· 0^2-6· 0=0

β) f'(2)=3· 2^2-6· 2=12-12=0

Γ2. f΄(x)=0 ⇔

$3x^2$-6x=0 ⇔ $3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $\chi = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	
f		↗		↘		↗	

Μονοτονία : η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, o]$ $και$ $[2, +\infty$ $)$

η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [0,2] .

Γ3. Ρυθμός μεταβολής της f΄ (χ) είναι η f΄΄ (χ) =6χ-6

f΄΄ (1)=6-6=0

Γ4. α) Για $\chi_1 = 0$ έχουμε τ. μέγιστο

Για χ_2 =2 , έχουμε τ. ελάχιστο

β) $\frac{3}{2} > \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{9}{6} > \frac{8}{6}$

$\frac{3}{2}$ $και$ $\frac{4}{3} \in$ [0,2] όπου η f(x) είναι γν. φθίνουσα οπότε

$\frac{3}{2} > \frac{4}{3}$ άρα $f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{4}{3}\right)$

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f, στο Μ(1,f΄(1)) είναι y=λχ+β με λ=f΄(1)=0 δηλαδή y=0 x+β

Μ(1,-3) , Μ ανήκει στην εξίσωση της εφαπτομένης άρα -3=β . Η εφαπτόμενη είναι y=-3 και επειδή λ=0 θα είναι παράλληλη στον άξονα x΄x.

Γ5.

x_i	ν_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	0	0	0	0
2	2	2	10	10
3	8	10	40	50
4	10	20	50	100
Σύνολα	20	//////////	100	////////

$\nu_1 = 0$ $και$ $\nu_2 = 2$ $και$ $\nu = 20$ και $F_3\% = 50$

$$f_2\% = \frac{v_2}{v}100 = \frac{2}{20}100 = 10 \quad , F_2\% = f_1\% + f_2\% = 0 + 10 = 10 \, ,$$

$f_3\% = F_3\% - F_2\%$=50-10=40

$$f_3\% = \frac{v_3}{v}100 \Leftrightarrow v_3 = \frac{40}{5} = 8$$

$$N_3 = N_2 + v_3 = 10, \qquad v_4 = 20 - N_3 = 20 - 10 = 10,$$

$$N_4 = N_3 + v_4 = 10 + 10 = 20$$

$$f_4\% = \frac{v_4}{v}100 = \frac{10}{20}100 = 50 \, , F_4\% = F_3\% + f_4\% = 100$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

f(x)=$\frac{3}{x^2+2}$ $\quad$,$D_f = IR$

f΄(x)=3 $\frac{-2x}{(x^2+2)^2}$=$\frac{-6x}{(x^2+2)^2}$, f΄(x)=0⇔ $\frac{-6x}{(x^2+2)^2} = 0 \Leftrightarrow -6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f΄		+	0	−	
f		↗		↘	

Ο παρονομαστής της f΄(x) είναι θετικός επομένως το πρόσημό της εξαρτάται από τον αριθμητή : -6x<0 άρα x>0 και -6x>0 ⇔ $x < 0$

Η f(x) είναι γνησίως αύξουσα για x∈ $(-\infty ,0]$ και είναι γνησίως φθίνουσα για x∈ $[0, +\infty)$

Δ2.

α,β,γ ∈ $(1,4) \subset [0, +\infty)$ στο οποίο η f(x) είναι γνησίως φθίνουσα οπότε για 1<α<β<γ<4 ισχύει f(1)> f(α)> f(β)> f(γ)> f(4)

R=μεγαλύτερη παρατήρηση – μικρότερη παρατήρηση =

f(1)- f(4)= $\frac{3}{3} - \frac{3}{18} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Δ3.

α) Η εφαπτομένη της C_f στο Α(-1 , f(-1)) έχει εξίσωση y=λχ+β με λ=f΄(-1)=$\frac{2}{3}$

είναι y=$\frac{2}{3}x$+β , f(-1)=1 Α(-1,1)

Α∈ $C_f \Leftrightarrow 1 = \frac{2}{3}(-1) + \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{5}{3}$

Άρα η εφαπτομένη έχει τύπο : y=$\frac{2}{3}$x+$\frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0$

β) Η μέση τιμή των τεταγμένων των σημείων προκύπτει :$\bar{y} = \frac{2}{3}\bar{x} + \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$.

$\bar{x}$ =10 η μέση τιμή των τετμημένων των σημείων.

η τυπική απόκλιση των τεταγμένων των σημείων προκύπτει :$s_y = \frac{2}{3}s = \frac{4}{3}$.

s =2 η τυπική απόκλιση των τετμημένων των σημείων.

Δ4.

Κ(x, f(x)) =(x, $\frac{3}{x^2+2}$)

Λ(x,0) ,Μ(0, $\frac{3}{x^2+2}$)

(ΟΛ)=$|x| = x \quad , x > 0$

(ΚΛ)=$\sqrt{(x-x)^2 + (f(x)-0)^2} = \sqrt{f^2(x)}$=$|f(x)|$=$\frac{3}{x^2+2}$

(ΟΛΚΜ)=(ΟΛ)· (ΛΚ)=x· $\frac{3}{x^2+2}$=$\frac{3x}{x^2+2}$

Ε(x)= $\frac{3x}{x^2+2}$

Ε΄(x) =$\frac{3(x^2+2)-3x\,2x}{(x^2+2)^2} = \frac{3x^2+6-6x^2}{(x^2+2)^2}$=$\frac{6-3x^2}{(x^2+2)^2}$

Ε΄(x)=0 $\Leftrightarrow \frac{6-3x^2}{(x^2+2)^2} = 0 \Rightarrow -3(x^2-2) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

x=$\sqrt{2}$ ή $x = -\sqrt{2}$ *απορρίπτεται*

x	-∞	+∞
Ε΄ (x)	+	-
Ε(x)	↗	↘

Για x=$\sqrt{2}$ η συνάρτηση Ε(x) παρουσιάζει μέγιστο με τιμή Ε($\sqrt{2}$)=$\frac{3\sqrt{2}}{4}$ τ.μ