

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024  
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε\_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 13 Ιανουαρίου 2024

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι 1, δηλαδή, για κάθε  $(x)'=1, x \in A$ .

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής ;

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο  $x_0 \in A$ .

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

- Ένα τοπικό ελάχιστο είναι πάντα μικρότερο από ένα τοπικό μέγιστο.
- Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της όταν  $x = x_0$
- Η εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  στο σημείο στο οποίο εμφανίζει η  $f$  ακρότατο είναι παράλληλη στον άξονα  $χχ'$ .
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- Για κάθε  $x > 0$ ,  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Μονάδες 10

## ΘΕΜΑ Β

Η συνάρτηση  $f(x)=-2x^2+ax+\beta$  έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα των  $xx'$  στα σημεία  $A(-1,0)$  και  $B(\frac{1}{2}, 0)$ .

**B1.** Να δείξετε ότι  $\alpha=-1$  και  $\beta=1$

Μονάδες 6

**B2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τα ακρότατα στο πεδίο ορισμού της .

Μονάδες 8

**B3.** Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα του ρυθμού μεταβολής της συνάρτησης  $f(x)$ .

Μονάδες 5

**B4.** Να βρεθεί το όριο :  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{4x^2-4}$ .

Μονάδες 6

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνετε η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2-x}{2+x}$

**Γ1. α)** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x)$ .

Μονάδες 2

**β)** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2}$

Μονάδες 3

**Γ2. α)** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της .

Μονάδες 3

**β)** Αν  $x \in [-8, -6]$  να δείξετε ότι  $-2 \leq f(x) \leq -\frac{5}{3}$ .

Μονάδες 6

**Γ3.** Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της συνάρτησης  $f(x)$  στο σημείο που η γραφική παράσταση της  $f(x)$  τέμνει τον  $yy'$ .

Μονάδες 5

- Γ4. Αν  $y=-x+1$  είναι η εξίσωση εφαπτομένης του ερωτήματος Γ3 η οποία τέμνει τους άξονες  $xx'$  και  $yy'$  στα σημεία P και Σ αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OPΣ όπου  $O(0,0)$  η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=x^2+(4\alpha+\beta)x+\alpha+2\beta$ ,  $\alpha,\beta,x \in \mathbb{R}$

Δίνονται

- Η  $C_f$  τέμνει τον άξονα των  $yy'$  στο σημείο με τεταγμένη 3
- Η κορυφή της παραβολής  $C_f$  έχει τεταγμένη 1

- Δ1. Να δείξετε ότι  $\alpha=-1$  και  $\beta=2$

Μονάδες 5

- Δ2. Για  $\alpha=-1$  και  $\beta=2$

Θεωρούμε συνάρτηση  $g:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  κατά 2 μονάδες δεξιά.

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  έχει τύπο:  $g(x)=x^2-6x+11$ ,  $x \in \mathbb{R}$

β) Να μελετηθεί η  $g$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα

γ) Αν  $\varphi(x)=g(x)+f(x)$ , να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $C_\varphi$  δεν είναι κάτω από την ευθεία  $y=8$ .

Μονάδες (4+3+2)

- Δ3. Έστω η συνάρτηση  $h(x)=\sqrt{\varphi(x)-8}$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $h(x)$

β) να υπολογιστούν τα όρια :

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\varphi(x)-8}{f(x+1)-3}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{h(x)}$

Μονάδες (2+3+3)

- Δ4. Να εξετάσετε αν υπάρχει εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $h(x)$  που να είναι παράλληλη άξονα  $xx'$ .

Μονάδες 3