



**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία: Σάββατο 7 Ιανουαρίου 2023**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Για κάθε γωνία  $\omega$  με  $\sin\omega \neq 0$  και  $\eta\mu\omega \neq 0$  να αποδείξετε ότι  $\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$ .

**Μονάδες 15**

**A2.** Για κάθε μία από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  έχει πάντα λύση.

β) Για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu(90^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu(-\omega)$ .

γ) Αν η συνάρτηση  $\phi$  είναι άρτια στο  $\mathbb{R}$  τότε και η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \phi(x) - c$ ,  $x \in \mathbb{R}$  θα είναι άρτια.

δ) Αν για μία συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  υπάρχουν  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  με  $x_1 < x_2$  και  $f(x_1) < f(x_2)$  τότε η  $f$  είναι γνήσια αύξουσα συνάρτηση στο  $\mathbb{R}$ .

ε) Η συνάρτηση  $f(x) = \epsilon\phi x$  είναι γνήσια αύξουσα στο διάστημα  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται το γραμμικό σύστημα  $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$  και η συνάρτηση  $f$  με τύπο

$f(x) = x^2 - 4x + \alpha, x \in \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον  $y'y$  άξονα στο σημείο  $A(0,6)$ .

**B1.** Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την  $(x_0, y_0) = (2, 2)$  και ότι η  $f(x)$  γράφεται στη μορφή  $f(x) = (x - x_0)^2 + y_0$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Αν  $g(x) = x^2$  να γράψετε με τι είδους μετατοπίσεις θα προκύψει το γράφημα της  $f(x)$  από τη γραφική παράσταση της  $g(x)$  και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των  $f, g$ .

**Μονάδες 6**

**B3.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $f\left(\frac{1}{2022}\right)$  και  $f\left(\frac{1}{2023}\right)$ .

**Μονάδες 4**

**B4.** Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $h(x)$  της οποίας το γράφημα προκύπτει από αυτό της  $f(x)$  με μετατόπιση 1 μονάδα αριστερά και 2 μονάδες κάτω.

**Μονάδες 4**

**B5.** Αν  $h(x) = (x-1)^2$  να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $h$  και στη συνέχεια να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου  $c \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση  $f(x) = c$  είναι αδύνατη και συγχρόνως η εξίσωση  $h(x) = c$  έχει ακριβώς δύο λύσεις.

**Μονάδες 4**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παράσταση

$$A = \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \eta\mu(\alpha - \pi)}{\sin(22\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \eta\mu(11\pi + \alpha)}$$

και η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1 + \eta\mu x}{\sin^2 x}$ Γ1. Να αποδείξετε ότι  $A = -1$ .

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και έπειτα να δείξετε ότι  $f(x) = \frac{1}{1 - \eta\mu x}$ .

Μονάδες 6

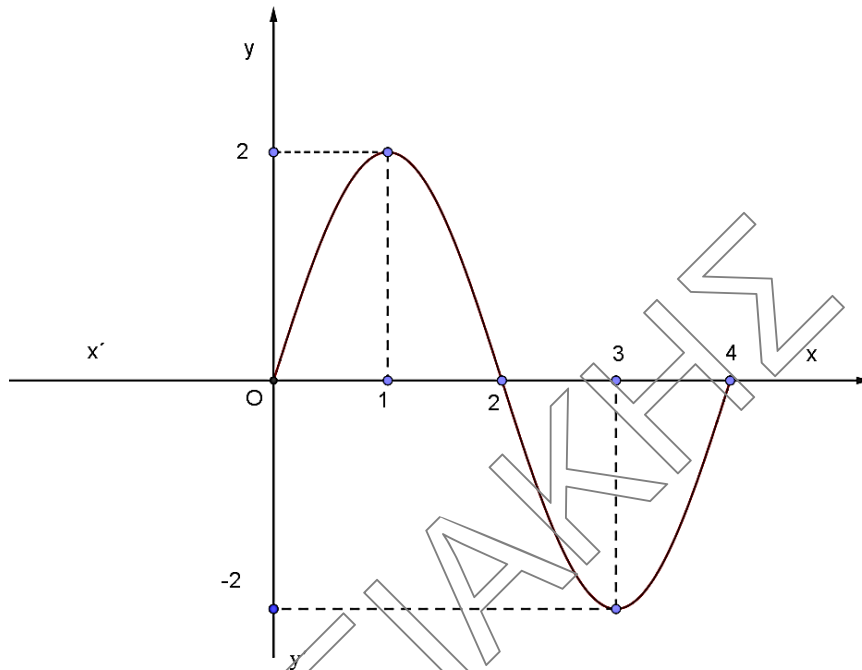
Γ3. Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = -2 \cdot A$  στο διάστημα  $[0, 3\pi]$ .

Μονάδες 6

Γ4. Αν για την γωνία  $\omega$  ισχύει  $f(\omega) \cdot \eta\mu^2 \omega \cdot f(-\omega) = 3$  με  $\omega \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  να βρείτε το  $\sin \omega$ .

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Δ**



Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης της μορφής  $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x)$  ή  $f(x) = \rho \cdot \sigma\upsilon\upsilon(\omega x)$  όπου  $\rho, \omega > 0$  και  $x \in \mathbb{R}$ , σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου της.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  και ότι η γραφική παράσταση της  $f$  έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων  $O(0,0)$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι  $f\left(\frac{9}{\pi}\right) \cdot f\left(-\frac{\pi}{3}\right) > 0$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Αν  $g(x)$  συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από τη  $C_f$  με οριζόντια μετατόπιση κατά δύο μονάδες προς τα αριστερά, τότε :

i. Να αποδείξετε ότι  $g(x) = -f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 3**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023**  
Α΄ ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2ΓΑ(ε)

- ii. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση της  $g$  και της  $f$  στο διάστημα  $[-2, 2]$  και να βρείτε την τιμή του  $c > 0$  ώστε η εξίσωση  $f(x) = g(x) + c$  να έχει μοναδική λύση.

**Μονάδες 4**

- Δ4. Να λυθεί η εξίσωση  $f^2(-x) + g^2(x) = 2 \cdot f^2(-1)$ .

**Μονάδες 7**

ΧΑΡΙΣΙΑΚΗ