

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 27 Απριλίου 2022

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται καμπύλη συχνότητας;

Μονάδες 5

Α2. Να αποδείξετε ότι: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου c πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 6

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω από 10%, τότε το δείγμα είναι ομοιογενές.
- β) Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, είναι πραγματικός αριθμός.
- γ) Κάθε πολυωνυμική συνάρτηση είναι συνεχής.
- δ) Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, οι οποίες έχουν διαταχθεί κατά αύξουσα σειρά, ορίζεται ως η ημιδιαφορά των 2 μεσαίων παρατηρήσεων όταν το n είναι άρτιος.
- ε) Ισχύει ότι: $(f(x) \cdot g(x))' = f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)$.

Μονάδες 5

- A4. (I)** Να αντιστοιχίσετε τα μέτρα θέσης – διασποράς της A στήλης με τους αντίστοιχους τύπους της στήλης B (ένας τύπος της στήλης B θα μείνει χωρίς αντιστοίχιση)

Στήλη A	Στήλη B
α. Μέση τιμή	1. $\sqrt{s^2}$
β. Διακύμανση	2. $\frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v t_i$
γ. Τυπική απόκλιση	3. $\frac{s}{ \bar{x} } \cdot 100\%$
δ. Συντελεστής μεταβλητότητας	4. $\frac{\sum_{i=1}^k X_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$
	5. $\frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2$

Μονάδες 4

- (II)** Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ $A_f = \dots\dots\dots$

β) $f(x) = \sqrt{2x}$ $A_f = \dots\dots\dots$

γ) $f(x) = \sin x$ $A_f = \dots\dots\dots$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παρατηρήσεις:

$\frac{\alpha}{3} + 4, \alpha + 3, 5\alpha - 5, 13 - 2\alpha, 7, \alpha + 2, 6 - \alpha, 5$ όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

Η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 6$.

- B1.** Να δείξετε ότι $\alpha = 3$.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε την διάμεσο και το εύρος της κατανομής.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας. Είναι το δείγμα ομοιογενές;
(Δίνεται: $\sqrt{3,75} \approx 1,93$)

Μονάδες 7

B4. Αν όλες οι παρατηρήσεις αυξηθούν κατά 30% και στη συνέχεια μειωθεί η κάθε μια κατά 2 μονάδες, τότε να βρείτε τη μέση τιμή και τη τυπική απόκλιση του νέου δείγματος. Να συγκρίνετε τα δύο δείγματα ως προς την ομοιογένεια.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{\kappa x^2 - 2x - 8}{2 - \sqrt{x}}$, όπου $\kappa \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της είναι το $A = [0,4) \cup (4, +\infty)$.

Μονάδες 5

Γ2. Να δείξετε ότι $\kappa = 1$, αν γνωρίζετε ότι: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -\frac{9}{2}$.

Μονάδες 6

Για $\kappa = 1$

Γ3. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

Μονάδες 6

Γ4. Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x \in [0,4) \cup (4, +\infty) \\ -\frac{6}{25} \cdot \alpha & , x = 4 \end{cases}$

Δίνεται, επίσης, μια κατανομή περίπου κανονική, με διάμεσο ίση με 10 και τον αριθμό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή τουλάχιστον 12 να είναι ίσος με 640 από τις 4000 συνολικά. Ο πραγματικός αριθμός α ισούται με τον αριθμό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή το πολύ 6 (από την κανονική κατανομή). Να εξετάσετε την συνάρτηση g ως προς τη συνέχεια στο $x_0 = 4$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - \frac{1}{3}$, $x \in (-2, 4)$.

Δ1. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

Δ2. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

Κλάσεις	Κέντρο x_i	v_i	N_i	f_i	F_i	$x_i v_i$
[,)					0,05	
[,)				0,25		
[,)	3		10			
[,)		6				
[,)						
Σύνολα						

Για τον οποίο γνωρίζουμε ότι :

- Το πλάτος των κλάσεων ισούται με το ακρότατο της f
- Η συχνότητα της 1^{ης} κλάσης με την θέση ακρότατου της f .

Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 3,7$.

Μονάδες 7

Δ3. Από όλα τα σημεία του επιπέδου της μορφής $A(x, 2)$ ποιο είναι εκείνο που απέχει από την αρχή των αξόνων την ελάχιστη απόσταση ; Στη συνέχεια να βρείτε την απόσταση αυτή .

Μονάδες 6

Δ4. Δίνεται η συνάρτηση: $h(x) = -f'(x) - 2 \cdot d'(x) \cdot \sqrt{x^2 + 4}$, $x \in (-2, 4)$, όπου $d'(x)$ ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης του σημείου A του προηγούμενου ερωτήματος από την αρχή των αξόνων. Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $h(x)$ που είναι κάθετη στην ευθεία $y = -\frac{1}{2}x + 9$.

Μονάδες 6