

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 5 Ιανουαρίου 2022

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

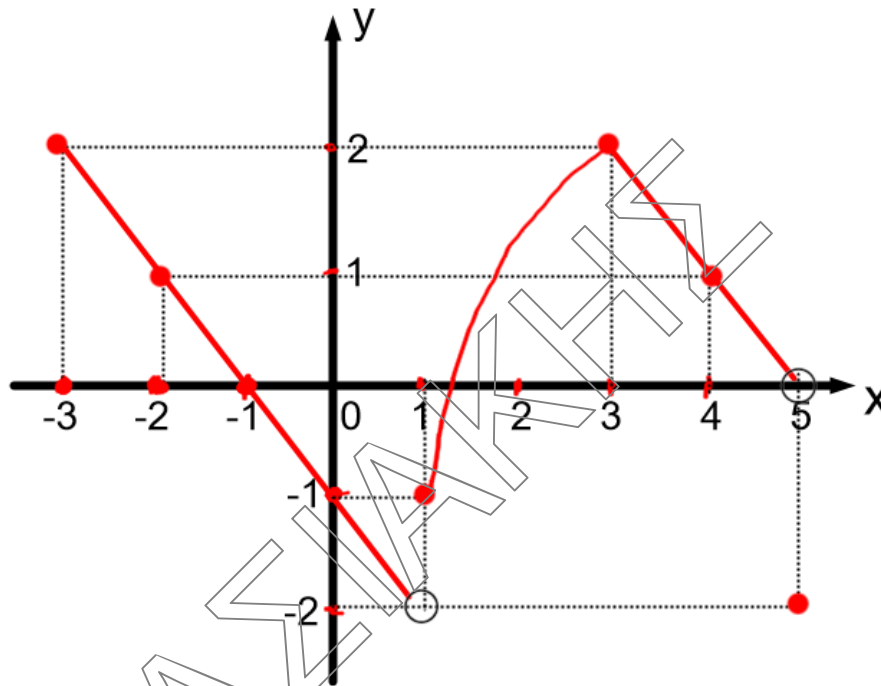
Α1. Να αποδείξετε ότι: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

Μονάδες 7

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.α) Αν $f(x) = x^{-3}$ τότε $f'(x) = -3x^2$.β) Όταν μια συνάρτηση έχει όριο στο x_0 έναν πραγματικό αριθμό λ , τότε το x_0 ανήκει οπωσδήποτε στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης.γ) Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$,
 $h \in \mathbb{R}, h \neq 0$.δ) Αν μια συνάρτηση διέρχεται από το σημείο $A(0,2021)$ τότε ισχύει $f(0) = 2021$ ε) Ισχύει ότι: $(c \cdot f(x))' = (c)' \cdot f'(x), c \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

A3. Με δεδομένη την παρακάτω γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , να επιλέξετε την σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση:



i. Το πεδίο ορισμού της f είναι:

(α) \mathbb{R}	(β) $[-3, 5]$	(γ) $[-3, 1) \cup (1, 5]$	(δ) $[-3, 5)$
------------------	---------------	---------------------------	---------------

ii. Οι τιμές της συνάρτησης για $x = 1$ και $x = 5$ είναι:

(α) $f(1) = -2$ $f(5) = 0$	(β) $f(1) = -1$ $f(5) = -2$	(γ) $f(1) = 0$ $f(5) = 0$	(δ) $f(1) = 1$ $f(5) = -1$
-------------------------------	--------------------------------	------------------------------	-------------------------------

iii. Οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 2$ είναι:

(α) $x = 0, x = 4$	(β) $x = -1, x = 2$	(γ) $x = -3, x = 3$	(δ) $x = -2, x = 1$
--------------------	---------------------	---------------------	---------------------

iv. Τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ισούνται με:

(α) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$	(β) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$	(γ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$	(δ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$
--	---	---	---

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 6

B2. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Μονάδες 8

B3. Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \in [-2, 2) \cup (2, +\infty) \\ 4, & x = 2 \end{cases}$.

Να εξετάσετε την συνάρτηση g ως προς τη συνέχεια στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης f με τους άξονες.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = -4x^3 + 2ax^2 + 4$, με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και $a \in \mathbb{R}$ για την οποία γνωρίζουμε ότι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $K(2, f(2))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

Γ1. Να δείξετε ότι $a = 6$.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης ευθείας της καμπύλης της f στο σημείο που ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι ίσος με 12.

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - 20}{h}$.

Μονάδες 6

Γ4. Έστω τα σημεία $A(1, f(1))$ και $K(2, f(2))$ της συνάρτησης f .
Ποια η απόσταση μεταξύ τους;

Μονάδες 6**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 2x$, $x \in \mathbb{R}$ και έστω (ε) η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M(a, f(a))$ με $a > 1$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της (ε) είναι: $y = (2 - a)x + a^2$

Μονάδες 6

Δ2. Έστω A και B τα σημεία τομής της (ε) με τους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα.
Να βρείτε:

i. Τις συντεταγμένες των A και B συναρτήσει του a .

Μονάδες 6

ii. Τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου OAB ως προς a , όταν $a = 2$.

Μονάδες 7

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022**
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

- Δ3. Έστω ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του δίνεται από την συνάρτηση σε σχέση με τον χρόνο: $S(t) = f(t) + 2t^3 + 2t^2 + 3t + 3$ (όπου το S μετριέται σε μέτρα (m) και το t σε δευτερόλεπτα (sec), $t \geq 0$). Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος την χρονική στιγμή $t = 2$ sec;

Μονάδες 6

ΧΑΣΣΙΑΚΗ