



ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Παρασκευή 7 Ιανουαρίου 2022  
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν  $\omega$  μία γωνία να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

Μονάδες 10

Α2. Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

- Ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  είναι δυνατόν να έχει ακριβώς 2 λύσεις.
- Αν η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ , τότε για κάθε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- Αν η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει μέγιστο στο  $x_0 \in A$  τότε  $f(x) \geq f(x_0)$ , για κάθε  $x \in A$
- Αν για τη γωνία  $\omega$  ισχύει  $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$  τότε  $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$ .
- Αν δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές τότε έχουν ίσα ημίτονα.

Μονάδες 10

#### ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  με εξισώσεις  $\lambda x + y = \lambda^2$ ,  $x + \lambda y = 1$  αντίστοιχα.

Β1. Ποια είναι η σχετική θέση των ευθειών  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , αν  $\lambda = -1$  ή  $\lambda = 1$ ;

Μονάδες 8

**B2.** Αν  $\lambda \neq -1$  και  $\lambda \neq 1$ , να αποδείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται στο σημείο  $M\left(\frac{\lambda^2+\lambda+1}{\lambda+1}, -\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Αν  $\lambda = 0$ , να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  και η ευθεία  $\varepsilon_3$  με εξίσωση  $x + 2022y = 1$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $2\eta\mu 2\alpha - \eta\mu 2\alpha \sigma\upsilon\nu^2 2\alpha - \eta\mu^3 2\alpha = \eta\mu 2\alpha$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 4\eta\mu 2x - 2\eta\mu 2x \sigma\upsilon\nu^2 2x - 2\eta\mu^3 2x$

i) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2\eta\mu 2x$  και ότι η συνάρτηση  $f$  είναι περιττή.

ii) Να βρείτε την μέγιστη, την ελάχιστη τιμή και την περίοδο της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης στο διάστημα  $[0, \pi]$ .

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 1$ , στο διάστημα  $[0, \pi]$  και να επαληθεύσετε γραφικά τα αποτελέσματα που βρήκατε.

**Μονάδες 6**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{\alpha-\eta\mu^2 x}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

και πεδίο ορισμού το  $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Δ1.** Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ .

**Μονάδες 6**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022**  
Α' ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2ΓΑ(ε)

**Δ2.** Για  $\alpha = 1$ 

Να αποδείξετε ότι :

i)  $f(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in A$

**Μονάδες 4**ii) Η  $f$  παρουσιάζει ολικό ακρότατο στη θέση  $x = 0$ **Μονάδες 4****Δ3.** Έστω  $g$  η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  κατά  $\pi$  μονάδες δεξιά. Να αποδείξετε ότι:

i)  $g(x) = \frac{1 + \sin x}{1 - \eta\mu^2 x}, x \in A$

**Μονάδες 7**ii) Για κάθε  $x$  με  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  ισχύει  $g^2(x) > f^2(x)$ **Μονάδες 4**