



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 7 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ.71

Α2. 1. β 2. γ 3. α

Α3. α Λάθος, β Σωστό, γ Λάθος, δ Λάθος, ε Σωστό.

ΘΕΜΑ ΒΒ1. $2 < x < 5 \Leftrightarrow 0 < x-2 < 3$ άρα $x-2 > 0$ οπότε $|x-2| = x-2$ $2 < x < 5 \Leftrightarrow -4 < x-6 < -1$ άρα $x-6 < 0$ επομένως $|x-6| = 6-x$ Έχω $A = x-2-(6-x) = x-2-6+x = 2x-8$ $3 < y < 6 \Leftrightarrow -3 < y-6 < 0$ άρα $y-6 < 0$ επομένως $|y-6| = 6-y$ $3 < y < 6 \Leftrightarrow -3 > -y > -6 \Leftrightarrow -6 < y < -3 \Leftrightarrow -3 < 3-y < 0$ άρα $3-y < 0$ επομένως $|3-y| = y-3$ Έχω $B = 6-y-(y-3) = 6-y-y+3 = 9-2y = -2y+9$ Β2. $A+B = 2x-8-2y+9 = 2x-2y+1 = 2x+(-2y) + 1$ $2 < x < 5 \xrightarrow{\cdot 2 > 0} 4 < 2x < 10$ $3 < y < 6 \xrightarrow{\cdot (-2) < 0} -6 > -2y > -12 \Leftrightarrow -12 < -2y < -6$ Προσθέτω κατά μέλη και έχω $-8 < 2x-2y < 4 \Leftrightarrow -7 < 2x-2y+1 < 5 \Leftrightarrow 7 < A+B < 5$

B3. Ισχύει ότι $2 < x < 5$ άρα $2 - x < 0$ οπότε $|2 - x| = x - 2$ και $x - 5 < 0$ άρα $|x - 5| = 5 - x$, $|x| = x$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{(2-x)^2}}{x-2} + \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x|}{x} \Leftrightarrow \Gamma = \frac{|2-x|}{x-2} + \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x|}{x} \Leftrightarrow \Gamma = \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x|}{x}$$

$$\Gamma = \frac{x-2}{x-2} - \frac{x-5}{x-5} + \frac{x}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Gamma = 1 - 1 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Gamma = 1$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. i)

$$\lambda^2 x - 2(2x - 1) = 2(\lambda - 1)^2 \Leftrightarrow \lambda^2 x - 4x + 2 = 2(\lambda^2 - 2\lambda + 1) \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 x - 4x + 2 = 2\lambda^2 - 4\lambda + 2 \Leftrightarrow (\lambda^2 - 4)x = 2\lambda(\lambda - 2) \Leftrightarrow (\lambda - 2)(\lambda + 2)x = 2\lambda(\lambda - 2) \quad (1)$$

ii) Η εξίσωση (1) είναι αόριστη όταν :

$$(\lambda - 2)(\lambda + 2) = 0 \quad \text{και} \quad 2\lambda(\lambda - 2) = 0$$

$$\lambda - 2 = 0 \quad \text{ή} \quad \lambda + 2 = 0 \quad \lambda = 0 \quad \text{ή} \quad \lambda - 2 = 0$$

$$\text{άρα} \quad \lambda = 2 \quad \text{ή} \quad \lambda = -2 \quad \lambda = 0 \quad \text{ή} \quad \lambda = 2$$

Επομένως πρέπει $\lambda = 2$

Γ2. $(\kappa - 1)^4 = \sqrt{81} \sqrt{(\sqrt{86} - \sqrt{5})(\sqrt{86} + \sqrt{5})} \Leftrightarrow$

$$(\kappa - 1)^4 = \sqrt{81} \sqrt{\sqrt{86}^2 - \sqrt{5}^2} \Leftrightarrow$$

$$(\kappa - 1)^4 = \sqrt{81} \sqrt{86 - 5} \Leftrightarrow$$

$$(\kappa - 1)^4 = \sqrt{81} \sqrt{81} \Leftrightarrow (\kappa - 1)^4 = 81 \Leftrightarrow$$

$$\kappa - 1 = \sqrt[4]{81} \quad \text{ή} \quad \kappa - 1 = -\sqrt[4]{81} \Leftrightarrow$$

$$\kappa = 1 + 3 \quad \text{ή} \quad \kappa = 1 - 3 \Leftrightarrow$$

$$\kappa = 4 \quad \text{ή} \quad \kappa = -2 \quad \text{Άρα} \quad \kappa = 4$$

Γ3. Ισχύει ότι $(\alpha - 4)(4 - \beta) > 0$ άρα οι $(\alpha - 4)$ και $(4 - \beta)$ είναι ομόσημοι ,δηλαδή

$$\alpha - 4 > 0 \quad \text{και} \quad 4 - \beta > 0 \quad \text{ή} \quad \alpha - 4 < 0 \quad \text{και} \quad 4 - \beta < 0$$

$$\alpha > 4 \quad \text{και} \quad \beta < 4 \quad \alpha < 4 \quad \text{και} \quad \beta > 4$$

οπότε $\beta < 4 < \alpha$

$\alpha < 4 < \beta$

Σε κάθε περίπτωση το κ βρίσκεται μεταξύ των α και β .

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. \alpha = \frac{4-2\sqrt{3}}{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})} + \frac{4+2\sqrt{3}}{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4^2-2^2\sqrt{3}^2} + \frac{4+2\sqrt{3}}{4^2-2^2\sqrt{3}^2} = \frac{4-2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{8}{4} = 2$$

Άρα $\alpha=2$

$$\beta^2 - 6\beta + 9 + \gamma^2 - 8\gamma + 16 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(\beta-3)^2 + (\gamma-4)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\beta-3=0 \text{ και } \gamma-4=0 \text{ άρα } \beta=3 \text{ και } \gamma=4$$

$$\Delta 2. 2 - \frac{x^2+7x}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3}{1-x} \quad \text{Ε.Κ.Π} = (x-1)(x+1) \neq 0$$

$$x \neq 1 \text{ και } x \neq -1$$

$$2(x^2-1) - (x^2+7x) = (x-1)(2x-1) - 3(x+1) \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 2 - x^2 - 7x = 2x^2 - x - 2x + 1 - 3x - 3 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - x^2 - 2x^2 - 7x + x + 2x + 3x - 2 - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$-x^2 - x = 0 \Leftrightarrow -x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x+1=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x=-1 \text{ απορρίπτεται}$$

Άρα $x=0$

$\Delta 3.$ Η παράσταση κ ορίζεται όταν $|x-1| - 2 \neq 0$

$$|x-1| - 2 = 0 \Leftrightarrow x-1=2 \quad \text{ή} \quad x-1=-2$$

$$x=3$$

$$x=-1$$

άρα $|x-1| - 2 \neq 0$ όταν $x \neq 3$ και $x \neq -1$

$$\kappa = \frac{|x-1|^2 - 4|x-1| + 4}{|x-1| - 2} = \frac{(|x-1| - 2)^2}{|x-1| - 2} = |x-1| - 2$$