

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 5 Μαΐου 2021

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A ;

Μονάδες 5

A2. Τι ονομάζουμε δείγμα στη Στατιστική;

Μονάδες 5

A3. Να δείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) + g(x)$ είναι:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Μονάδες 6

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν πιστεύετε πως η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ**, αν πιστεύετε πως η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός κινητού τη χρονική στιγμή t_0 ισούται με την επιτάχυνσή του την ίδια χρονική στιγμή.

β) Το εμβαδό του χωρίου που σχηματίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$ με τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 100.

γ) Αν δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σε ένα σύνολο A τότε ορίζεται το πηλίκο $R = \frac{f}{g}$ με $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, όπου $x \in A$ και $g(x) \neq 0$

δ) Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε κάποιο $x_0 \in A_f$ αν το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{-h}$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 4

A5. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α στο στοιχείο της στήλης Β που αντιστοιχεί.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ραβδόγραμμα συχνοτήτων	1. Μικρό πλήθος παρατηρήσεων
β. Διάγραμμα συχνοτήτων	2. Ποσοτικές μεταβλητές
γ. Κυκλικό διάγραμμα	3. Ποιοτικές μεταβλητές
δ. Σημειόγραμμα	4. Διαχρονική εξέλιξη
ε. Χρονόγραμμα	5. Ποσοτικές και ποιοτικές μεταβλητές

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι χρόνοι λειτουργίας (σε μήνες) μπαταριών 50 αυτοκινήτων.

κλάσεις	x_i	v_i	N_i	f_i	$F_i\%$
[20 ,)		8			
[,)					34
[,)			32		
[,)				0,2	
[40 ,)		5			
[,)					
ΣΥΝΟΛΟ		50			

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021
Β' ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

B1. Να αποδείξετε ότι το πλάτος κάθε κλάσης είναι ίσο με 5.

Μονάδες 5

B2. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 10

B3. Να βρείτε το ποσοστό των μπαταριών που έχουν λειτουργήσει τουλάχιστον 40 μήνες.

Μονάδες 3

B4. Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων %.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - \beta$, $x \in \mathbf{R}$

Γ1. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 2$ έχει εξίσωση $y = -3x + 14$. Να δείξετε ότι $\alpha = 9$ και $\beta = -6$.

Μονάδες 6

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 5

Γ3. Να συγκρίνετε τις τιμές :

i) $f(1821)$ με $f(2021)$

ii) $f(1,821)$ με $f(2,021)$

Μονάδες 4

Γ4. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της f .

Μονάδες 5

Γ5. Δίνεται η συνάρτηση:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f''(x)}{4 - \sqrt{x^2 + 4x + 4}}, & x \in (-\infty, -6) \cup (-6, 2) \cup (2, +\infty) \\ -6, & x = 2 \end{cases}$$

Να εξετάσετε τη συνάρτηση g ως προς τη συνέχεια στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + 1}{x^2 + \beta}, x \in \mathbf{R}, \beta \neq 0$ και

$$g(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 - x + 2}{x(x^2 + 1)}, x \in (0, +\infty)$$

Αν $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ και η εφαπτομένη στη γραφική της παράσταση της f στο σημείο $A(0, f(0))$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = x + 7$.

Δ1. Να δείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = 1$.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρείτε για ποια $x \in \mathbf{R}$ η εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της f είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

Μονάδες 3

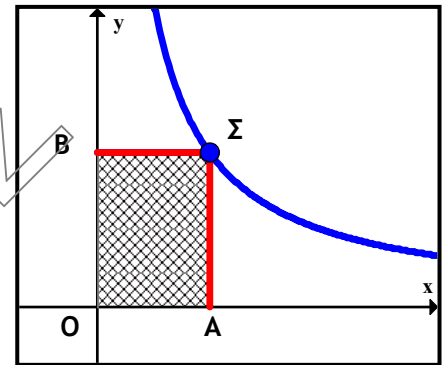
Δ3. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τη συνάρτηση $(f + g)(x)$. (όταν $x > 0$)

Μονάδες 3

Δ5. Αν $(f + g)(x) = \frac{2}{x}$, $x > 0$, θεωρούμε σημείο $\Sigma(x, (f + g)(x))$ πάνω στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f + g$ και έστω το ορθογώνιο $ΟΑΣΒ$, όπου A και B οι προβολές του σημείου Σ στον άξονα x' και y' αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του ορθογωνίου $ΟΑΣΒ$ δίνεται από τον τύπο : $\Pi(x) = 2x + \frac{4}{x}$



Μονάδες 4

Δ6. Να δείξετε ότι η $\Pi(x) \geq 4\sqrt{2}$.

Μονάδες 5