ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Δευτέρα 4 Ιανουαρίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. δ

Α3. γ

Α4. δ

Α5. **α.** Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή **β**

Το σύστημα μάζας – ελατηρίου έχει ιδιοσυχνότητα:

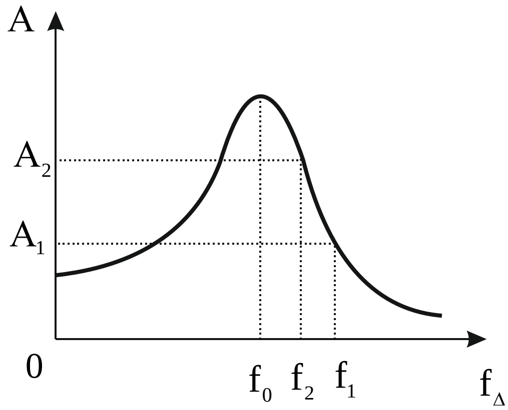
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100}{1}}\,\mathrm{Hz} = \frac{10}{2\pi}\,\mathrm{Hz} \Rightarrow f_0 = \frac{5}{\pi}\,\mathrm{Hz}$$

Αρχικά το σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με περίοδο $T_1 = \frac{\pi}{10}\,\mathrm{s}$ και με συχνότητα $f_1 = \frac{10}{\pi}\,\mathrm{Hz}$ μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος. Μετά τη μεταβολή της συχνότητας του διεγέρτη το σώμα μεταβαίνει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία θέση της ταλάντωσής του σε ελάχιστο χρόνο $\Delta t = \frac{\pi}{24}\,\mathrm{s}$. Ο χρόνος αυτός αντιστοιχεί στο $\frac{1}{4}$ της νέας περιόδου ταλάντωσης. Άρα

$$\Delta t = \frac{\pi}{24}\,\mathrm{s} = \frac{T_2}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{4\pi}{24}\,\mathrm{s} \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{6}\,\mathrm{s}$$

Επομένως η νέα συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα είναι ίση με $f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{6}{\pi}\,\mathrm{Hz}$, μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 και μικρότερη από την αρχική συχνότητα του διεγέρτη f_1. Δηλαδή ισχύει ότι $f_0 < f_2 < f_1$.

Από την καμπύλη συντονισμού παρατηρούμε ότι όσο η συχνότητα του διεγέρτη πλησιάζει την ιδιοσυχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος, τόσο αυξάνεται το πλάτος της ταλάντωσης. Συνεπώς το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί.



Β2. Σωστή επιλογή **α**

Η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τον αντιστάτη, λόγω φαινομένου Joule, σε χρόνο Δt ισούται με:

$$Q_R = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R \cdot \Delta t \Rightarrow Q_R = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} \cdot \Delta t \Rightarrow Q_R = \frac{\left(\frac{V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \cdot \Delta t \Rightarrow Q_R = \frac{N^2 \cdot \omega^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{2R} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$Q_R = \frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{2R \cdot T^2} \cdot \Delta t \; (1)$$

Για $\Delta t = T$ και $Q_R = Q$ η σχέση (1) θα γίνει:

$$Q = \frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{2R \cdot T^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{T} \Rightarrow Q = \frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{2R \cdot T} \; (2)$$

Για $\Delta t = 2T$ και $T' = 2T$ η σχέση (1) θα γίνει:

$$Q' = \frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{\cancel{2}R \cdot (2T)^2} \cdot \cancel{2}T \Rightarrow Q' = \frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{4R \cdot T} \; (3)$$

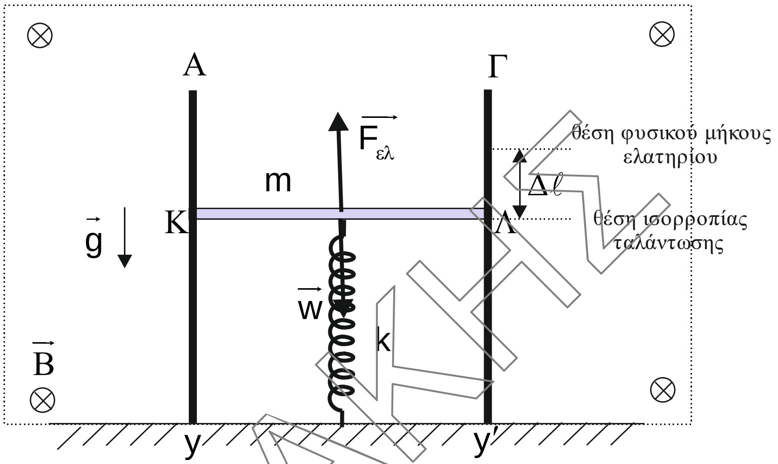
Διαιρώντας κατά μέλη της σχέσεις (3) και (2) έχουμε ότι:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{4R \cdot T}}{\frac{N^2 \cdot 4\pi^2 \cdot B^2 \cdot A^2}{2R \cdot T}} \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{Q' = \frac{Q}{2}}$$

Β3. Σωστή επιλογή **γ**

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης της ράβδου ισχύει ότι:

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \Rightarrow k\cdot\Delta\ell = m\cdot g \Rightarrow \Delta\ell = \frac{m\cdot g}{k} \quad (1)$$



Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση της ράβδου τη χρονική στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 0 + \frac{1}{2}D\Delta\ell^2 \Rightarrow A = \Delta\ell \overset{(1)}{=} \frac{m\cdot g}{k} \quad (2)$$

Σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής η απόλυτη τιμή της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή στα άκρα της ράβδου θα είναι ίση με:

$$|E_{\varepsilon\pi}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| \Rightarrow |E_{\varepsilon\pi}| = \left|\frac{B\cdot dA}{dt}\right| = \left|B\cdot\frac{dx}{dt}\cdot\ell\right| \Rightarrow |E_{\varepsilon\pi}| = B\cdot|\upsilon|\cdot\ell \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση της ράβδου, τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή της από τη θέση ισορροπίας, ισούται με $\dfrac{\Delta\ell\sqrt{3}}{2}$.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon^2 + \frac{1}{2}D\left(\frac{\Delta\ell\sqrt{3}}{2}\right)^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} k\cdot\Delta\ell^2 = m\cdot\upsilon^2 + \frac{3}{4}k\cdot\Delta\ell^2$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = \frac{k\cdot\Delta\ell^2}{4m} \overset{(1)}{\Rightarrow} |\upsilon| = \frac{g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Συνεπώς

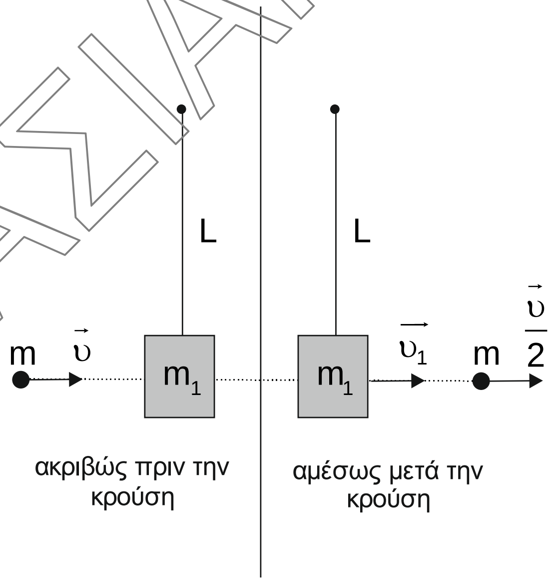
$$(3)\overset{(4)}{\Rightarrow}|E_{\varepsilon\pi}| = B\cdot\frac{g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}\cdot\ell \Rightarrow \boxed{|E_{\varepsilon\pi}| = \frac{B\cdot g\cdot L}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

ΘΕΜΑ Γ

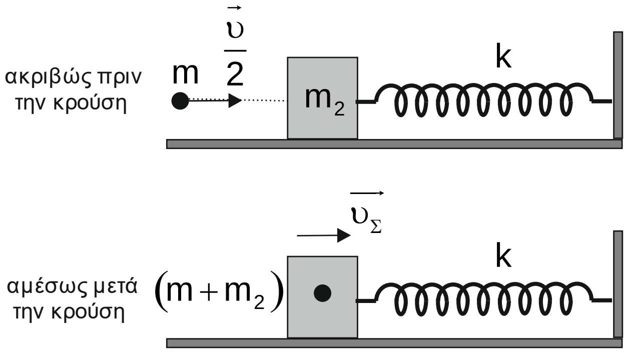
Γ1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την κρούση του βλήματος και του σώματος Σ_1, το σύστημα των οποίων θεωρούμε μονωμένο.

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_m = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_m \Rightarrow 0 + m\cdot\vec{\upsilon} = m_1\cdot\vec{\upsilon_1} + m\cdot\frac{\vec{\upsilon}}{2} \Rightarrow$$

$$0{,}1\cdot100 = 0{,}5\cdot\upsilon_1 + 0{,}1\cdot50 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 10\,\frac{m}{s}}$$



Γ2.

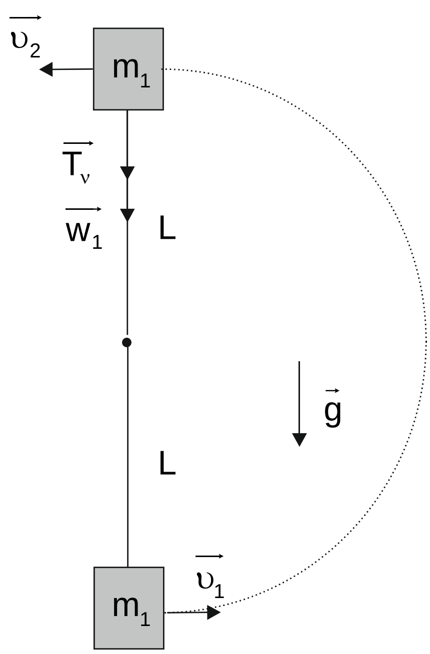


Η βαρυτική δυναμική ενέργεια των σωμάτων εξαιτίας της κρούσης παραμένει σταθερή. Συνεπώς το ποσοστό επί τοις εκατό απώλειας της μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης του βλήματος με το σώμα Σ_1 ισούται με το ποσοστό επί τοις εκατό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

$$\Pi\% = \frac{K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\alpha}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{\cancel{2}} m \cdot \upsilon^2 - \left[\frac{1}{\cancel{2}} m \left(\frac{\upsilon}{2} \right)^2 + \frac{1}{\cancel{2}} m_1 \cdot \upsilon_1^2 \right]}{\frac{1}{\cancel{2}} m \cdot \upsilon^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi\% = \frac{0,1 \cdot 10000 - 0,1 \cdot 2500 - 0,5 \cdot 100}{0,1 \cdot 10000} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 70\%}$$

Γ3. Για να εκτελέσει το σώμα Σ_1 ανακύκλωση πρέπει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του το νήμα να είναι τεντωμένο. Δηλαδή να ισχύει ότι $T_\nu \geq 0$.



Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το σώμα Σ_1 από το κατώτερο στο ανώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς του.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda(\Sigma_1)} - K_{\alpha\rho\chi(\Sigma_1)} = W_{w_1} + W_{T_\nu} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m_1} \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\cancel{m_1} \cdot \upsilon_1^2 = -\cancel{m_1} \cdot g \cdot 2\ell + 0 \Rightarrow \cdot$$

$$\Rightarrow \cdot \upsilon_2^2 - 100 = -4 \cdot 10 \cdot 0,5 \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{80}\ \frac{m}{s}$$

Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του σώματος Σ_1 ισχύει ότι:

$$\Sigma F_R = F_K \Rightarrow T_\nu + w_1 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_2^2}{\ell} \Rightarrow T_\nu = \frac{0,5 \cdot 80}{0,5} - 5 \Rightarrow \boxed{T_\nu = 75\ N > 0}$$

Συνεπώς το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει ανακύκλωση.

Γ4. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την κρούση του βλήματος και του σώματος Σ_2, το σύστημα των οποίων θεωρούμε μονωμένο.

$$\vec{p}_{συστ(πριν)} = \vec{p}_{συστ(μετά)} \Rightarrow \vec{p}_2 + \vec{p}_m = \vec{p}_Σ \Rightarrow 0 + m \cdot \frac{\vec{υ}}{2} = (m + m_2) \cdot \vec{υ_Σ} \Rightarrow$$

$$0,1 \cdot 50 = 0,2 \cdot υ_Σ \Rightarrow \boxed{υ_Σ = 25\,\frac{m}{s}}$$

Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίση με:

$$D = k \Rightarrow (m_2 + m) \cdot ω^2 = k \Rightarrow ω = 20\,\frac{rad}{s}$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του. Συνεπώς

$$υ_Σ = ω \cdot A \Rightarrow A = \frac{5}{4}\,m$$

<u>1ος τρόπος</u>

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος τη στιγμή όπου η κινητική του ενέργεια είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια τη ταλάντωσης.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow E_T = \frac{4}{3}K \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}DA^2 = \frac{4}{3}\cancel{\frac{1}{2}}(m + m_2)υ^2 \Rightarrow |υ| = \frac{25\sqrt{3}}{2}\,\frac{m}{s}$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή όπου η κινητική του ενέργεια είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια τη ταλάντωσης.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ΣF} \Rightarrow W_{ΣF} = \frac{1}{2}(m + m_2)υ^2 - \frac{1}{2}(m + m_2)υ_Σ^2 \Rightarrow$$

$$W_{ΣF} = \frac{1}{2}0,2\frac{625 \cdot 3}{4} - \frac{1}{2}0,2 \cdot 625 \Rightarrow \boxed{W_{ΣF} = -\frac{125}{8}\,J}$$

<u>2ος τρόπος</u>

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος τη στιγμή όπου η κινητική του ενέργεια είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια τη ταλάντωσης.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow E_T = 4U_T \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}A^2 = 4\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}x^2 \Rightarrow |x| = \frac{5}{8}\,\mathrm{m}$$

Η δύναμη επαναφοράς είναι συντηρητική δύναμη και το έργο της είναι ίσο με:

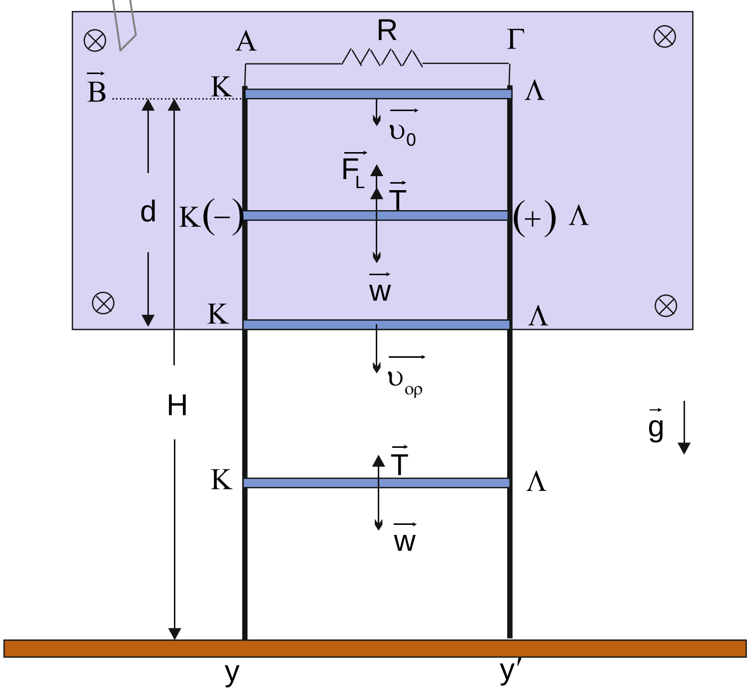
$$W_{\Sigma F} = -\Delta U_T = U_{T,\alpha\rho\chi} - U_{T,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow W_{\Sigma F} = 0 - \frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow \boxed{W_{\Sigma F} = -\frac{125}{8}\,\mathrm{J}}$$

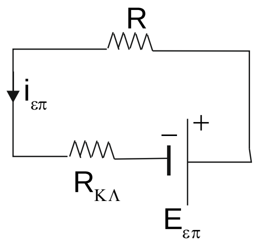
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η κίνηση του αγωγού ΚΛ προκαλεί αύξηση της μαγνητικής ροής στο κλειστό κύκλωμα ΚΑΓΛ. Συνεπώς στα άκρα του αγωγού εμφανίζεται επαγωγική τάση και το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.

Σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής η απόλυτη τιμή της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή στα άκρα του αγωγού θα είναι ίση με:

$$E_{\varepsilon\pi} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \left|\frac{B\cdot dA}{dt}\right| = \left|B\cdot\frac{dx}{dt}\cdot\ell\right| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B\cdot\upsilon\cdot\ell \Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = \frac{\upsilon}{2}\,(\mathrm{S.I.})}\ (1)$$





Εφαρμόζουμε το νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα ΚΑΓΛ:

$$i_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{K\Lambda} + R} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{i_{\varepsilon\pi} = 1 \cdot \upsilon \, (\text{S.I.})} \; (2)$$

Σύμφωνα με το κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο που προκαλεί την αύξηση της μαγνητικής ροής (κίνηση του αγωγού). Συνεπώς η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού και μέτρο ίσο με:

$$F_L = B \cdot i_{\varepsilon\pi} \cdot \ell \overset{(2)}{\Rightarrow} \boxed{F_L = \frac{\upsilon}{2} \, (\text{S.I.})} \; (3)$$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στη διεύθυνση της κίνησης του αγωγού:

$$\Sigma \vec{F_y} = m \cdot \vec{\alpha} \Rightarrow \vec{F_L} + \vec{w} = m \cdot \vec{\alpha} \Rightarrow w - F_L = m \cdot \alpha \overset{(3)}{\Rightarrow} \boxed{\alpha = 5 - 2{,}5 \cdot \upsilon \, (\text{S.I.})} \; (4)$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση του αγωγού ελαττώνεται και κάποια στιγμή μηδενίζεται. Η ταχύτητα του αγωγού παραμένει σταθερή μετά το μηδενισμό της επιτάχυνσής του. Συνεπώς ο αγωγός μέσα στο μαγνητικό πεδίο εκτελεί αρχικά ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ελαττούμενου μέτρου και στη συνέχεια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με οριακή ταχύτητα $\vec{\upsilon_{o\rho}}$.

$$(4) \overset{\alpha=0}{\Rightarrow} 0 = 5 - 2{,}5 \cdot \upsilon_{o\rho} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 2 \, \frac{m}{s}}$$

Ο αγωγός εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο με οριακή ταχύτητα και η κινητική του ενέργεια είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_{o\rho}^2 \Rightarrow \boxed{K = 0{,}4 \, J}$$

Δ2. Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι ίση με την τάση στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης R. Συνεπώς:

$$V_{K\Lambda} = V_R \Rightarrow V_{K\Lambda} = i_{\varepsilon\pi} \cdot R \Rightarrow i_{\varepsilon\pi} = 1{,}5\,\text{A}$$

Από τη σχέση (2) έχουμε ότι:

$$\upsilon = 1{,}5\,\frac{m}{s}$$

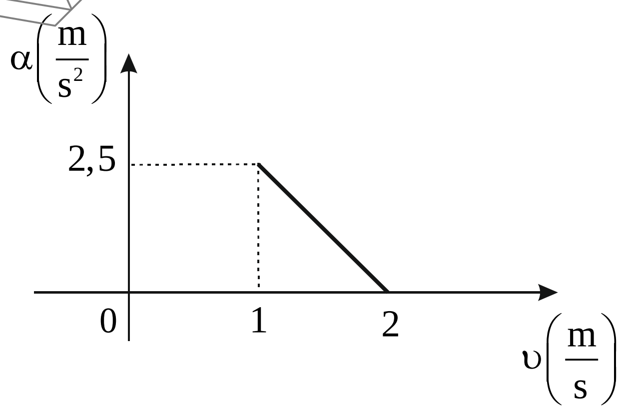
Από τη σχέση (4) έχουμε ότι:

$$\alpha = \frac{5}{4}\,\frac{m}{s^2}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ είναι ίσος με:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{d\left(\Sigma F_y \cdot y\right)}{dt} = \Sigma F_y \cdot \frac{dy}{dt} = \Sigma F_y \cdot \upsilon \Rightarrow \frac{dK}{dt} = m \cdot \alpha \cdot \upsilon \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = \frac{3}{8}\,\frac{J}{s}}$$

Δ3.



Δ4. Η συνολική θερμότητα που εκλύεται λόγω τριβής είναι ίση με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής. Συνεπώς:

$$Q_T = |W_T| = |-T \cdot H| \Rightarrow \boxed{Q_T = 2{,}2\,\text{J}}$$

Κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ΚΛ μέσα στο μαγνητικό πεδίο η θερμότητα που εκλύεται από τους αντιστάτες είναι ίση με:

$$dW_{F_L} = F_L \cdot dx \Rightarrow dW_{F_L} = B \cdot i_{\varepsilon\pi} \cdot \ell \cdot dx \Rightarrow dW_{F_L} = B \cdot i_{\varepsilon\pi} \cdot \ell \cdot \upsilon \cdot dt \Rightarrow$$

$$dW_{F_L} = E_{\varepsilon\pi} \cdot i_{\varepsilon\pi} \cdot dt \Rightarrow dW_{F_L} = i_{\varepsilon\pi}^2 \cdot R_{o\lambda} \cdot dt = dQ_{R_{o\lambda}} \Rightarrow \Sigma dQ_R = \Sigma dW_{F_L} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_R = \left|W_{F_L}\right|} \quad (5)$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για τον αγωγό ΚΛ από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή όπου εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = W_{F_L} + W_w + W_T \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = W_{F_L} + m \cdot g \cdot d - T \cdot d \Rightarrow W_{F_L} = -0{,}7\ J \overset{(5)}{\Rightarrow} \boxed{Q_R = 0{,}7\ J}$$

Συνεπώς

$$\boxed{\frac{Q_R}{Q_T} = \frac{7}{22}}$$

<u>Οι απαντήσεις είναι ενδεικτικές.</u>

<u>Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.</u>