



**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Έστω η πολυωνμική εξίσωση  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ , με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος  $\rho \neq 0$  είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε να αποδείξετε ότι ο  $\rho$  είναι διαιρέτης του σταθερού όρου  $a_0$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Η συνάρτηση  $f(x) = ax + \beta$ , με  $a < 0$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .
- β)** Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x) = \ln x^2$  είναι το  $\mathbb{R}$ .
- γ)** Για κάθε γωνία  $\alpha$  ισχύει η σχέση  $\sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - \eta\mu^2 \alpha$ .
- δ)** Αν δύο πολώνυμα είναι δευτέρου βαθμού, τότε και το άθροισμά τους είναι πάντα δευτέρου βαθμού.
- ε)** Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = a^x$  και  $g(x) = a^{-x}$ , όπου  $0 < a \neq 1$  είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $y'y$ .

**Μονάδες 2x5**

**A3.** Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της **στήλης Α** με τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις της **στήλης Β**.

Στήλη Α	Στήλη Β
<p><b>α.</b> <math>f(x) = e^x</math></p>	<p><b>1.</b></p>
<p><b>β.</b> <math>f(x) = e^{-x}</math></p>	<p><b>2.</b></p>
<p><b>γ.</b> <math>f(x) = -e^x</math></p>	<p><b>3.</b></p>
<p><b>δ.</b> <math>f(x) = -e^{-x}</math></p>	<p><b>4.</b></p>

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = -x^3 + ax^2 + (\beta - 1)x + 7$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Αν το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$  και η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου  $P(x)$  για  $x=2$  είναι ίση με  $-7$ , τότε να βρείτε τα  $\alpha, \beta$ .

Για  $\alpha = 3$  και  $\beta = -8$

Μονάδες 6

**B2.** Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) > 0$ .

Μονάδες 8

**B3.** Να βρείτε το πηλίκο  $\pi(x)$  της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x^2 - 1$  και στη συνέχεια να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 5

**B4.** Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = \pi(\pi(x+1)) - 10$ .

Μονάδες 6

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln(1 - \ln x)$  και  $g(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$ .

**Γ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  και το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ .

Μονάδες 6

**Γ2.** Να δείξετε ότι η  $g$  είναι περιττή συνάρτηση στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 5

**Γ3.** Να δείξετε ότι  $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = g(\ln x)$ , για κάθε  $x \in \left(\frac{1}{e}, e\right)$ .

Μονάδες 7

**Γ4.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = g(\ln x)$ , για κάθε  $x \in \left(\frac{1}{e}, e\right)$ .

Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λύσετε την εξίσωση  $2\eta\mu^2\alpha + 3\eta\mu\alpha + 1 = 0$ ,  $\alpha \in [0, 2\pi]$

Μονάδες 5

Δ2. Αφού αποδείξετε ότι  $0 \leq 2\eta\mu\alpha + 2 \leq 4$  στη συνέχεια να βρείτε τις τιμές της γωνίας  $\alpha$  rad,  $\alpha \in [0, 2\pi]$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f(x) = (2\eta\mu\alpha + 2)^x$  είναι εκθετική.

Μονάδες 4

Δ3. Έστω ότι η γραφική παράσταση της εκθετικής συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ . Αφού δείξετε ότι ο τύπος της  $f$  είναι  $f(x) = 4^x, x \in \mathbb{R}$ ,

Μονάδα 1

τότε να λύσετε:

i. την εξίσωση  $f(\sin x) + 2f(-\sin x) = f(\log_4 3)$ .

Μονάδες 5

ii. την ανίσωση  $f(\ln x) + f(2 \ln x) < \ln e^{f\left(\frac{1}{2}\right)}$ .

Μονάδες 5

iii. το σύστημα 
$$\begin{cases} \log_4 f(x^2) + \log_4 f(y^2) = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$
.

Μονάδες 5