



**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

**α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $v_i$ , που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 3**

**β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  
 $i = 1, 2, \dots, k$ ;

**Μονάδες 3**

**γ.** Να αποδείξετε ότι:

**i)**  $0 \leq f_i \leq 1$  για  $i = 1, 2, \dots, k$

**ii)**  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .

**Μονάδες 4**

**B.1.** Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

**Μονάδες 8**

**B.2. α.** Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου  $A$  κάποιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

**Μονάδες 5**

**β.** Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:

**i)**  $P(\Omega)$       **ii)**  $P(\emptyset)$ .

**Μονάδες 2****ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ .

**α.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 4**

**β.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .

**Μονάδες 4**

**γ.** Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της  $f$ .

**Μονάδες 7**

**δ.** Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της καμπύλης της συνάρτησης  $f$  που είναι παράλληλες στην ευθεία  $y = 2x + 5$ .

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ 3ο**

Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές, σε Ευρώ:

8, 10, 13, 13, 15, 16, 18, 14, 14, 9.

**α.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή.

**Μονάδες 6**

**β.** Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

**Μονάδες 6**

**γ.** Αν οι τιμές του προϊόντος σε όλα τα καταστήματα υποστούν έκπτωση 10%, να εξετάσετε αν θα μεταβληθεί ο συντελεστής μεταβολής.

**Μονάδες 13**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A) + P(B) \neq 2P(A \cap B)$ .

Δίνεται ακόμα η συνάρτηση:

$$f(x) = (x - P(A \cup B))^3 - (x - P(A \cap B))^3, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**α.** Να δείξετε ότι  $P(A \cap B) \neq P(A \cup B)$ . **Μονάδες 5**

**β.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f(x)$  παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο

$$x = \frac{P(A) + P(B)}{2}.$$

**Μονάδες 13**

**γ.** Εάν τα ενδεχόμενα  $A, B$  είναι ασυμβίβαστα, να δείξετε ότι  $f(P(A)) = f(P(B))$ .

**Μονάδες 7**