ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΕ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1^{o}

8, 12, 14, 16, 20

α) $\overline{x} = \frac{8+12+14+16+20}{5} = \frac{70}{5} = 14$

β) δ=3^{η} παρατήρηση δηλαδή δ=14

γ) $S^2 = \frac{\Sigma(xi-\overline{x})^2}{\nu} = \frac{(8-14)^2+(12-14)^2+(14-14)^2+(16-14)^2+(20-14)^2}{5} =$

$\frac{36+4+0+4+36}{5} = \frac{80}{5} = 16$

άρα $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{16} = 4$

δ) εύρος R=μεγαλύτερη παρατήρηση-μικρότερη παρατήρηση
=20-8=12

ε) $C.V = \frac{S}{\overline{x}} = \frac{4}{14} = 0,28571$ άρα CV=28,57% δηλαδή το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές.

ΖΗΤΗΜΑ 2^{o}

α)

$$\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-}\frac{\sqrt{x}-1}{\lambda(x-1)} = \lim_{x\to1^-}\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)(\sqrt{x}+1)}{\lambda(x-1)\,(\sqrt{x}+1)} =$$

$$\lim_{x\to1^-}\frac{(\sqrt{x})^2-1}{\lambda(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \lim_{x\to1^-}\frac{x-1}{\lambda(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{1}{2\lambda}$$

β) $\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\frac{1}{3x-1} = \frac{1}{3\cdot1-1} = \frac{1}{2}$

γ) Πρέπει $\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^+} f(x) = f(1)$ άρα $\frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda = 1$

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

α) $f'(x)=(e^{\lambda x})'=e^{\lambda x}(\lambda x)'=\lambda\cdot e^{\lambda x}$

$f''(x)=(\lambda\cdot e^{\lambda x})'=\lambda\cdot e^{\lambda x}(\lambda x)'=\lambda\cdot e^{\lambda x}\cdot\lambda=\lambda^2\cdot e^{\lambda x}$

β) $f''(x)-f'(x)-2f(x)=0$ άρα

$\lambda^2 e^{\lambda x}-\lambda e^{\lambda x}-2e^{\lambda x}=0\Leftrightarrow e^{\lambda x}(\lambda^2-\lambda-2)=0$

$e^{\lambda x}=0$ αδύνατη ή λ^2-λ-2=0

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=9$

$\lambda_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\dfrac{1\pm 3}{2}$

$\lambda_1=2$

$\lambda_2=-1$

γ) Για λ=2: $f(x)=e^{2x}$ και $f'(x)=2e^{2x}>0,\ x\in R$

άρα f(x):γνησίως αύξουσα για κάθε $x\in R$.

Για λ=-1: $f(x)=-e^{-x}=-\dfrac{1}{e^x}<0,\ x\in R$

άρα f(x):γνησίως φθίνουσα για κάθε $x\in R$.

ΖΗΤΗΜΑ 4ο

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+2008$

α) $f'(x)=\left(\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+2008\right)'=\dfrac{1}{3}3x^2-4x+3=x^2-4x+3$

β) $f'(x)=0$ δηλαδή x^2-4x+3=0

Δ=4

$x_{1,2}=\dfrac{4\pm 2}{2}=$ άρα $x_1=1$, $x_2=3$

x	$-\infty$	1		3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗
		Τ.Μ		Τ.Ε	

άρα η f(x) είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$
και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (1,3)

Τοπικό μέγιστο: $f(1)=\frac{1}{3}1^3-2\cdot 1^2+3\cdot 1+2008=\frac{1}{3}-2+3+2008=$
$\frac{1}{3}+\frac{2009}{1}=\frac{1+6027}{3}=\frac{6028}{3}$

Τοπικό ελάχιστο: $f(3)=\frac{1}{3}3^3-2\cdot 3^2+3\cdot 3+2008=9-18+9+2008=2008$

γ) Επειδή η τιμή f(3)=2008 είναι η ελάχιστη στο διάστημα $[1,+\infty)$ όλες οι τιμές του y θα είναι μεγαλύτερες απ’ αυτήν την τιμή.
Άρα $f(x)\geq f(3)$
$f(x)\geq 2008,$ για κάθε $x\in[1,+\infty)$