

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός Τ.Ε.Ε. σε ένα μάθημα είναι:

12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17.

Για τα δεδομένα αυτά:

α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.

Μονάδες 5

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 \cdot v_i$
7	1	7	7	49	49
9	1	9	5	25	25
12	3	36	2	4	12
15	1	15	-1	1	1
16	1	16	-2	4	4
17	2	34	-3	9	18
18	1	18	-4	16	16
19	1	19	-5	25	25
ΣΥΝΟΛΑ	11	154			150

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 5

$$\bar{x} = \frac{154}{11} = 14$$

γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 5

επικρατούσα τιμή = 12

δ. Να βρείτε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

7 , 9 , 12 , 12 , 12 , 15 , 16 , 17 , 17 , 18 , 19

Η «μεσαία» παρατήρηση είναι 15 → διάμεσος = 15

ε. Να βρείτε τη διακύμανση.

Μονάδες 5

$$s^2 = \frac{150}{11} = 13,636363...$$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2$.

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2 \right)' = \frac{1}{3}3x^2 - \frac{1}{2}2x + 0 = x^2 - x$$

β. Να βρείτε τις τιμές $f'(0)$ και $f'(1)$.




Μονάδες 5

$$\begin{aligned} f'(0) &= 0^2 - 0 = 0 \\ f'(1) &= 1^2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

γ. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονotonία.

Μονάδες 12

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \\ x(x-1) = 0 &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 1 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x) = x^2 - x$	$+$	\circ	\circ	$+$
$f(x)$				

Η f είναι :

- γνήσια αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 0]$ & $[1, +\infty)$
- γνήσια φθίνουσα στο $[0, 1]$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 - 1, & x \geq 1 \\ x + 2, & x < 1 \end{cases}$, όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\lambda x^2 - 1) = \lambda - 1$$

β. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 10

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2) = 3$$

γ. Να υπολογίσετε το λ ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 5

Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lambda - 1 = 3 \Leftrightarrow \lambda = 4$$

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \lambda x^3 - x$ όπου λ πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

α. Να βρείτε την τιμή του λ .

Μονάδες 10

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\lambda x^3 - x) = 1 \Leftrightarrow \lambda - 1 = 1 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

β. Για την τιμή του λ που βρήκατε, να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

$$\text{Για } \lambda = 2 \text{ η } f \text{ γίνεται } f(x) = 2x^3 - x \\ f'(x) = (2x^3 - x)' = 6x^2 - 1$$

γ. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 f(x) dx$.

Μονάδες 7

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x^3 - x) dx = 2 \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x dx \\ = 2 \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^1 - \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$