

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ  
ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x)=c$ , όπου  $x, c \in \mathbb{R}$  και  $c$  σταθερά, είναι ίση με 0, δηλαδή  $f'(x)=(c)'=0$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να γράψετε τον τύπο με τον οποίο υπολογίζεται ο σταθμικός μέσος  $\bar{x}$  της μεταβλητής  $X$ .

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ , μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστό της.

**β.** Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος  $n$ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Αν οι συναρτήσεις  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με  $g(x) \neq 0$  για όλες τις τιμές του  $x$ , τότε ισχύει:

$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

- δ. Ο συντελεστής μεταβολής  $CV$  ενός δείγματος είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των τιμών του δείγματος.
- ε. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι τιμές 10 διαφορετικών προϊόντων ενός καταστήματος:

13, 12,  $\lambda+5$ , 9, 14, 15,  $\kappa$ , 12, 17, 13

όπου:  $\lambda = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$

**B1.** Να δείξετε ότι  $\lambda=2$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Για  $\lambda=2$  να υπολογίσετε την τιμή του  $\kappa$ , αν η μέση τιμή ( $\bar{x}$ ) των προϊόντων είναι 12.

**Μονάδες 6**

**B3.** Για  $\lambda=2$  και  $\kappa=8$  να δείξετε ότι η τυπική απόκλιση ( $s$ ) των τιμών των προϊόντων είναι 3.

**Μονάδες 7**

**B4.** Για  $\lambda=2$  και  $\kappa=8$  να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών των προϊόντων είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - ax + 2 ,$$

όπου  $a \in \mathbb{R}$  σταθερά.

**Γ1.** Να βρείτε την τιμή του  $a$  ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$  να σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $45^\circ$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Για  $a = -1$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Για  $a = -1$  να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Για  $a = -1$  να δείξετε ότι:

$$f(2019) + f(2020) > 2 \cdot f(1)$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = (\lambda - 3)x^2 - \lambda x + \lambda^2 - 6\lambda ,$$

όπου για τη σταθερά  $\lambda$  ισχύει  $0 < \lambda < 3$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$  είναι  $y = -\lambda x + \lambda^2 - 6\lambda$

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$  σχηματίζει με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  τρίγωνο εμβαδού

$$E(\lambda) = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot (\lambda - 6)^2$$

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε το εμβαδόν του παραπάνω τριγώνου να γίνει μέγιστο.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Για  $\lambda = 2$  δίνονται τα σημεία  $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$  της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$ . Αν οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  αντίστοιχα, έχουν τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ , να βρείτε την τυπική απόκλιση  $s_y$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων αυτών.

**Μονάδες 5**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλου μελανιού**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**