



**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο

A. σελ 28

B. σελ. 96

Γ. α. Λ β.Λ γ.Σ δ.Σ ε.Σ

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \cdot \frac{x-1}{x^2-1}}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\beta. f'(x) = \frac{e^x - (x-1)e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(2-x)}{e^{2x}} = \frac{2-x}{e^x}$$

$$e^x f'(x) = 2 - x$$

γ.

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$$

	−∞	2	+∞	
f'		+	0	-
f				

$$\text{T.M } f(2) = \frac{1}{e^2}$$



ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

α) $\bar{x}_A = \frac{20 + 26 + 24 + 22 + 18}{5} = \frac{110}{5} = 22$ χιλ. ώρες

$\bar{x}_B = \frac{26 + 32 + 19 + 20 + 23}{5} = \frac{120}{5} = 24$ χιλ. ώρες

β) Η μέση διάρκεια ζωής της μπαταρίας τύπου Α είναι 22.000 ώρες και μια μπαταρία τύπου Α στοιχίζει 38 €, άρα $\frac{22000}{38} = 579$ περίπου ώρες ανά €.

Ομοίως για την μπαταρία τύπου Β προκύπτει $\frac{24000}{40} = 600$ ώρες ανά €.

Επομένως συμφέρει να αγοράσουμε την μπαταρία τύπου Β.

γ)

$$S_A^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\nu} = \frac{(20 - 22)^2 + (26 - 22)^2 + (24 - 22)^2 + (22 - 22)^2 + (18 - 22)^2}{5} = \frac{4 + 16 + 4 + 16}{5} = 8$$

Άρα $S_A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

$$S_B^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\nu} = \frac{(26 - 24)^2 + (32 - 24)^2 + (19 - 24)^2 + (20 - 24)^2 + (23 - 24)^2}{5} = \frac{4 + 64 + 25 + 16 + 1}{5} = 22$$

Άρα $S_B = \sqrt{22} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} = 3,3\sqrt{2}$

δ) $C.V_A = \frac{S_A}{x_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22}$

$C.V_B = \frac{S_B}{x_B} = \frac{3,3\sqrt{2}}{24}$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε: $\frac{C.V_A}{C.V_B} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{22}}{\frac{3,3\sqrt{2}}{24}} = \frac{2 \cdot 24 \cdot \sqrt{2}}{3,3 \cdot 22 \cdot \sqrt{2}} = \frac{24}{36,3} < 1$, άρα

$C.V_A < C.V_B$

Οπότε μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τη διάρκεια ζωής του παρουσιάζει ο τύπος Α.



ΖΗΤΗΜΑ 4^ο

α) Έστω A : το ενδεχόμενο ένας κάτοικος να διαβάζει την εφημερίδα α
 και B το ενδεχόμενο ένας κάτοικος να διαβάζει την εφημερίδα β

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) = 1 - P(A) + P(A \cap B) = \\ = 1 - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - P(A - B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

όπου $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B) - P(B - A)$
 ομοίως και $P(A \cap B) = P(A) - P(A - B)$

β)

$$A \cap B \subseteq B \Leftrightarrow P(A \cap B) \leq P(B) \Leftrightarrow P(A) - P(A - B) \leq P(B) \Leftrightarrow 0,2 \leq P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq P(B)$$

$$P(A \cup B) \leq 1 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow P(B) \leq 1 + P(A \cap B) - P(A) \Leftrightarrow$$

$$P(B) \leq 1 - [P(A) - P(A \cap B)] \Leftrightarrow P(B) \leq 1 - 0,3 \Leftrightarrow P(B) \leq 0,7 \Leftrightarrow P(B) \leq \frac{7}{10}$$

Άρα $\frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10}$

γ) $f'(x) = 3x^2 - x + P(B)$
 $\Delta = 1 - 12P(B) < 0$

Διότι από β) ερώτημα : $\frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10} \Leftrightarrow -12 \cdot \frac{1}{5} \geq -12P(B) \geq -12 \cdot \frac{7}{10} \Leftrightarrow$

$$1 - \frac{12}{5} \geq 1 - 12P(B) \geq 1 - \frac{84}{10} \Leftrightarrow -\frac{7}{5} \geq \Delta \geq -\frac{74}{10} \Leftrightarrow -7,4 \leq \Delta \leq -1,4$$

Άρα $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathfrak{R}$, επομένως η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα, οπότε η συνάρτηση δεν έχει ακρότατα.