



ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τρίτη 7 Ιανουαρίου 2020
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σύνολο A και c είναι μια πραγματική σταθερά, τότε να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει ότι:
 $(cf(x))' = cf'(x)$

Μονάδες 6

A2. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A είναι παραγωγίσιμη στο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[\lambda]{f(x)} = \sqrt[\lambda]{\lambda}$

ii. Για όλες τις συναρτήσεις f, g που είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} ισχύει :
 $(fg)'(x) = f'(x)g'(x)$

iii. Αν μια συνάρτηση $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) και $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο (α, β) .

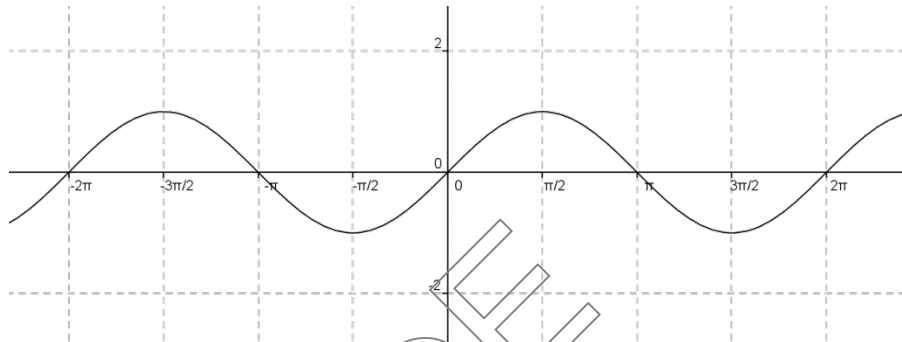
iv. Αν για μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f ισχύει: $f'(x_0) = 0$, με $x_0 \in A_f$, τότε αυτή έχει πάντοτε ακρότατο στο x_0 .

v. Αν η ταχύτητα ενός κινητού είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση, τότε ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι η επιτάχυνση.

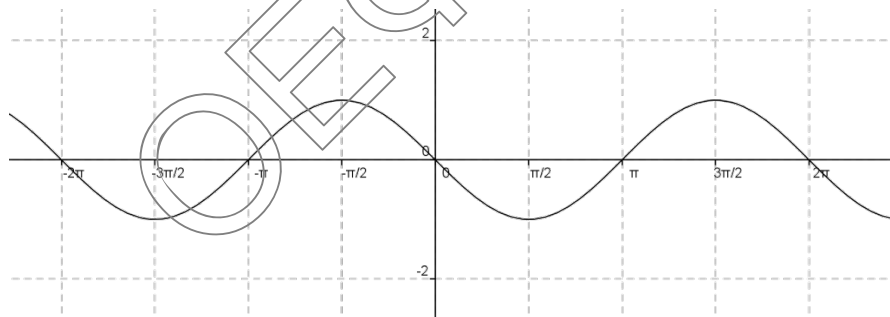
Μονάδες 10

- A4. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \sin x$ με $x \in \mathbb{R}$. Ποια από τις δύο εικόνες που ακολουθούν αντιστοιχεί στο γράφημα της $g'(x)$;

Εικόνα 1



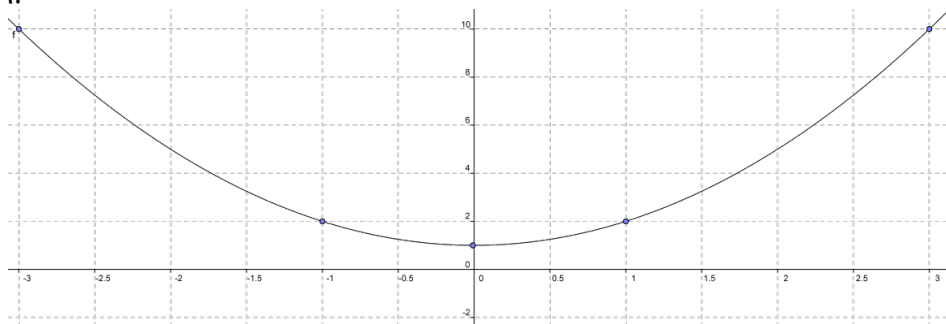
Εικόνα 2



Δώστε την ορθή απάντηση στο γραπτό σας γράφοντας εικόνα 1 ή 2 ανάλογα με την επιλογή σας.

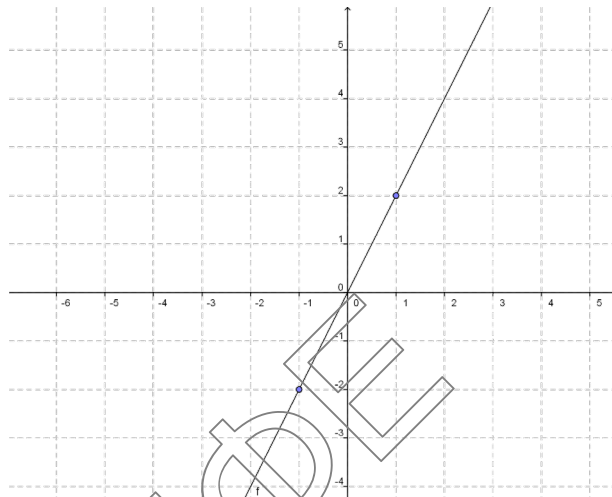
Μονάδες 3

- A5. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f(x)$ με πεδίο ορισμού \mathbb{R} , της οποίας το γράφημα ακολουθεί:

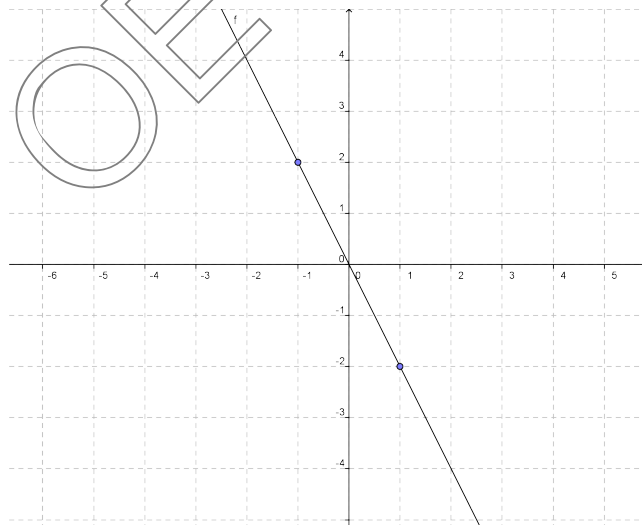


Ποια από τις δύο εικόνες που ακολουθούν αντιστοιχεί στο γράφημα της $f'(x)$;

Εικόνα 1



Εικόνα 2



Δώστε την ορθή απάντηση στο γραπτό σας γράφοντας εικόνα 1 ή 2 ανάλογα με την επιλογή σας.

Μονάδες 3

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020**
Α' ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{\eta\mu x}{\eta\mu x + 2}$ με $x \in \mathbb{R}$

i. Βρείτε το πεδίο ορισμού της $g(x)$.

Μονάδες 5

ii. Βρείτε την παράγωγο της $g(x)$.

Μονάδες 5

B2. Αν $f(x) = -x^3 - x + 2, x \geq 1$

i. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, +\infty)$

Μονάδες 5

ii. Βρείτε την εφαπτόμενη της f η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -13x + 3$

Μονάδες 5

iii. Υπολογίστε το εμβαδόν που περικλείεται από την ευθεία $y = -13x + 18$ με $x \in \mathbb{R}$ και τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται δευτέρου βαθμού πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$P(x) + \frac{1}{2}P''(x) = (\eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x)^{2019}x^2 + 2\eta\mu\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}$$

Γ1. Να δείξετε ότι $P(x) = x^2 + 1$

Μονάδες 7

Γ2. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της γραφικής παράστασης της $P(x)$ που διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

Γ3. Σχεδιάστε την $P(x) = x^2 + 1$ και την εφαπτομένη της (ϵ): $y = 2x$ για $x \geq 0$, καθώς και την προβολή ενός τυχαίου σημείου A της εφαπτομένης στον άξονα $x'x$.

Μονάδες 5

Γ4. Να δείξετε ότι η ο ρυθμός μεταβολής της περιμέτρου του τριγώνου που σχηματίζουν το τυχαίο σημείο A της εφαπτομένης (ϵ), η προβολή του B στον $x'x$ και η αρχή των αξόνων O , είναι σταθερός.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$ και σχηματίζει με τους θετικούς ημιάξονες Ox και Oy τρίγωνο με ελάχιστο εμβαδόν.

Μονάδες 9

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{-2x^2+2x+4}{x+1}$

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$

Μονάδες 2

ii. Να δείξετε ότι γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = \frac{-2x^2+2x+4}{x+1}$ είναι η ζητούμενη ευθεία στο ερώτημα (Δ1) εκτός του σημείου $B(-1,6)$.

Μονάδες 4

Δ3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 3

Δ4.

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x)=\sqrt{f(x)}$

Μονάδες 3

ii. να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)+x}{g(x)}$.

Μονάδες 4