

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

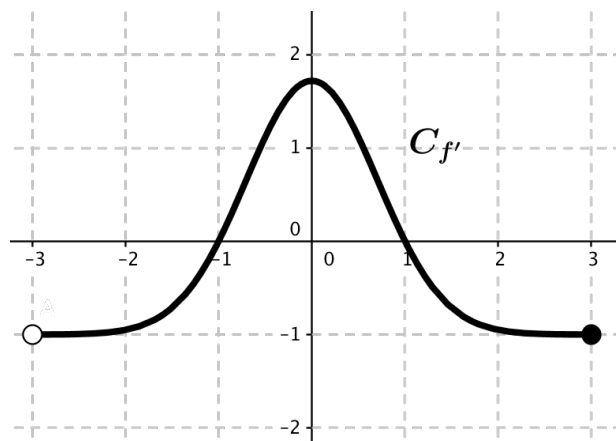
**A1.** Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ . Σχηματίζουμε τις διαφορές  $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$ . Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με το μηδέν.

Μονάδες 7

**A2.** Πότε η  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο  $x_1 \in A$ ;

Μονάδες 4

**A3.** Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου της συνάρτησης  $f$ . Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση έτσι, ώστε να συμπληρώνεται σωστά η πρόταση:



«Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα: \_\_\_\_\_»

- α.  $[-3,0]$
- β.  $(-3,0]$
- γ.  $[-1,1]$
- δ.  $(-1,0)$

**Μονάδες 4**

- A4.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με ένα «Σ» αν η πρόταση είναι σωστή, ή με ένα «Λ» αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α. Αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ , τότε το  $x_0$  θα πρέπει να ανήκει στο πεδίο ορισμού της  $f$ .
  - β. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.
  - γ. Αν η τυπική απόκλιση μιας ομάδας  $A$  είναι μεγαλύτερη από την τυπική απόκλιση μιας ομάδας  $B$ , τότε η σχετική διασπορά της ομάδας  $A$  είναι πάντοτε μεγαλύτερη από τη σχετική διασπορά της ομάδας  $B$ .
  - δ. Σε μια κανονική κατανομή, αν  $s$  είναι η τυπική απόκλιση και  $R$  είναι το εύρος, τότε  $s \approx 6R$ .
  - ε. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$ , είναι ο ρυθμός μεταβολής της  $f(x)$  στη θέση  $x_0$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + \frac{2}{3}$ , ( $x \in \mathbb{R}$ ),

- B1.** Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τον ρυθμό μεταβολής της  $f$ .

**Μονάδες 7**

- B2.** Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $(6, f(6))$ . Στη συνέχεια να την σχεδιάσετε σε σύστημα αξόνων  $x, y$ .

**Μονάδες 7**

B3. Δίνεται η συνάρτηση:  $g(x) = \frac{-x - \sqrt{2 - x^2}}{f'(x)}$ .

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g(x)$ . (μονάδες 5)

(β) Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ . (μονάδες 6)

Μονάδες 11

### ΘΕΜΑ Γ

Ο παρακάτω πίνακας μας δείχνει τον αριθμό των μηνυμάτων που στέλνουν μέσω της εφαρμογής MESSENGER  $n$  ενήλικοι καθημερινά.

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης $x_i$
[... , 10)	
[... , ...)	
[... , ...)	
[... , ...)	35

Γ1. Να βρείτε τις κλάσεις και τις κεντρικές τιμές τους.

Μονάδες 5

Γ2. Για πλάτος κλάσης  $c = 10$ , να φτιάξετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων, σχετικών και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων αν γνωρίζετε τα εξής:

- $\lambda$  ενήλικοι ( $\lambda$  είναι θετικός, ακέραιος) στέλνουν λιγότερα από 10 μηνύματα καθημερινά.
- 3 $\lambda$  ενήλικοι στέλνουν λιγότερα από 20 μηνύματα καθημερινά.
- 90% των ενηλίκων ή 45 ενήλικοι στέλνουν λιγότερα από 30 μηνύματα.
- Το 30% των ενηλίκων στέλνει από 20 έως 30 μηνύματα.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το εύρος, τη μέση τιμή και τον συντελεστή μεταβλητότητας. Είναι το δείγμα ομοιογενές;

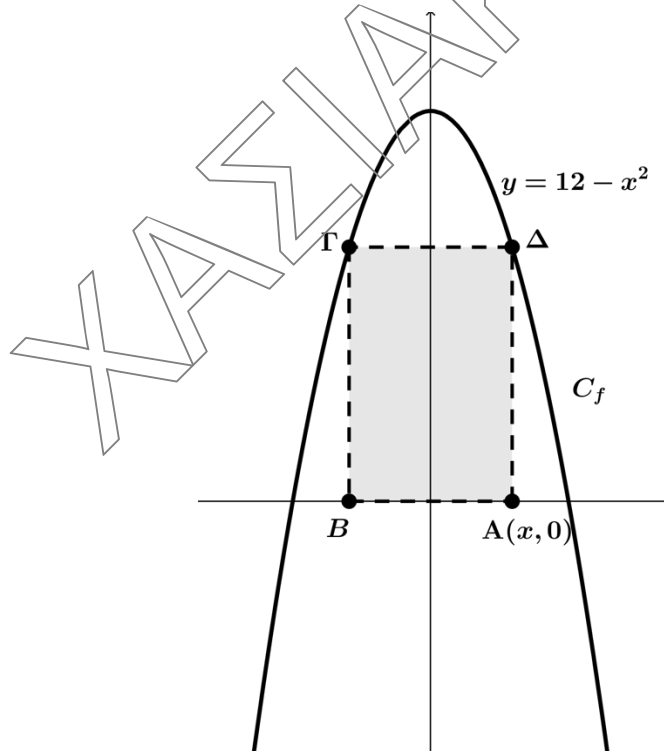
Μονάδες 7

- Γ4.** Αν θεωρήσουμε την ίδια μελέτη σε πλήθος 400 ενηλίκων, η οποία ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή, πήραμε τις εξής πληροφορίες: το 50% των ενηλίκων στέλνει πάνω από 15 μηνύματα καθημερινά και 10 ενήλικοι στέλνουν το πολύ 11 μηνύματα καθημερινά. Να βρείτε τη νέα μέση τιμή και τη νέα τυπική απόκλιση της κατανομής.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Στην παρακάτω γραφική παράσταση, δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 12 - x^2$ , με  $\Gamma, \Delta$  σημεία που ανήκουν στη γραφική παράσταση της  $f$ , και  $A, B$  βρίσκονται πάνω στον  $x$ ' $x$  με  $A(x, 0), x > 0$ , έτσι ώστε το  $AB\Gamma\Delta$  να είναι ορθογώνιο.



- Δ1.** Να δείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  δίνεται από τη συνάρτηση  $E(x) = 24x - 2x^3, x \in (0, 2\sqrt{3})$ .

**Μονάδες 5**

- Δ2.** Να βρείτε το  $x \in (0, 2\sqrt{3})$  έτσι, ώστε το εμβαδόν του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  να γίνεται μέγιστο.

**Μονάδες 7**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2019**  
Β' ΦΑΣΗ

E\_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

Θεωρούμε τις τιμές  $y_i = E''(x_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  με  $x_i \in (0, 2\sqrt{3})$ . Δίνεται ότι  $\bar{x} = 2$  είναι η μέση τιμή των  $x_i$  και  $s_x^2 = 0,16$  είναι η διασπορά των  $x_i$ .

**Δ3.** Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας  $CV_y$  των τιμών  $y_i$ . Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του θετικού ακεραίου  $a$  που πρέπει να προσθέσουμε σε κάθε μία από τις  $y_i$ , ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 7**

**Δ4.** Για την τιμή του  $a$  που βρήκατε, να λυθεί η εξίσωση  $E(a \cdot x - 70) = 32$ .

**Μονάδες 6**

ΧΑΡΙΣΙΑΚΟΝ