

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2024

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X μεγέθους n που έχουν μέση τιμή \bar{x} . Αν αφαιρέσουμε τη μέση τιμή \bar{x} από κάθε παρατήρηση να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι μηδέν.

Μονάδες 6

A2. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 3

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής .

β) Ισχύει : $(\eta\mu\frac{1}{x})' = \sigma\upsilon\nu x$

γ) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A είναι συνεχής ,αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

δ) Αν η συνάρτηση της ταχύτητας $v(t)$ είναι παραγωγίσιμη ,τότε η επιτάχυνση $a(t)$ του κινητού τη χρονική στιγμή t είναι η παράγωγος της ταχύτητας $v(t)$.

ε) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις .

Μονάδες 10

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες Q

α) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$

β) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v$ αν γνωρίζετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$

γ) $(\sin x)'$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε 'ένα δείγμα 20 παρατηρήσεων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής x ,τις οποίες ομαδοποιούμε σε 5 ισοπλατείς κλάσεις .

	v_i	x_i	$f_i\%$	N	$F_i\%$
[0,4)					β
[4,8)			30		
[8,12)	α				
[12,16)					
[16,20)	2				
Σύνολα					

Δίνονται : $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{x^2-5x+6}$

$\beta = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{10x^2-30x+20}{1-\sqrt{x}}$

B1. Να δείξετε ότι $\alpha=4$ και $\beta=20$

Μονάδες 8

B2. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μονάδες 10

B3. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα (3 μον) και το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επι τοις % (1 μον).

Μονάδες 4

B4. Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, της οποίας η πρώτη παράγωγος έχει τύπο :
 $f'(x) = 3x^2 - 6x$

Γ1. Να δείξετε ότι α) $f'(0) = 0$, β) $f'(2) = 0$

Μονάδες 4

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 3

Γ3. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της $f'(x)$ όταν $x = 1$

Μονάδες 4

Γ4. α) Για ποιες τιμές του x η συνάρτηση παρουσιάζει ακρότατα και ποιο είναι το είδος των ακρότατων.

Μονάδες 3

β) Να συγκριθούν οι αριθμοί $f\left(\frac{3}{2}\right)$ και $f\left(\frac{4}{3}\right)$

Μονάδες 2

γ) Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο σημείο $M(1, f'(1))$ και να δείξετε ότι είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

Μονάδες 4

Γ5. Έγινε μια έρευνα σε 20 μαθητές ενός ΕΠΑΛ για το πόσες ώρες βρίσκονται καθημερινά στο διαδίκτυο και προέκυψαν οι τιμές $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$ με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4 . Αν η συχνότητα v_1 είναι η θέση του τοπικού μέγιστου της συνάρτησης $f(x)$ και v_2 είναι η θέση του τοπικού ελάχιστου της συνάρτησης $f(x)$ και επιπλέον γνωρίζουμε ότι το 50% των μαθητών βρίσκονται στο διαδίκτυο το πολύ 3 ώρες, να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1				
2				
3				
4				
Σύνολα				

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3}{2+x^2}$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x)$ ως προς τη μονοτονία

Μονάδες 6

Δ2. Αν $1 < \alpha < \beta < \gamma < 4$, να αποδείξετε ότι το εύρος των τιμών $f(1), f(\alpha), f(\beta), f(\gamma), f(4)$ είναι $R = \frac{5}{6}$.

Μονάδες 6

Δ3. α) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της C_f της f στο $A(-1, f(-1))$ έχει εξίσωση $\varepsilon: 2x - 3y + 5 = 0$

β) Θεωρούμε 10 σημεία (x_i, y_i) $i=1, 2, \dots, 10$ της ευθείας ε τέτοια ώστε οι τετμημένες τους να έχουν μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τεταγμένων των 10 σημείων που επιλέξαμε.

Μονάδες 6

Δ4. Έστω $K(x, f(x))$, $x > 0$ σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)$. Η παράλληλη από το K προς τον άξονα yy' τέμνει τον άξονα των Ox στο σημείο $\Lambda(x, 0)$, και η παράλληλη από το K προς τον άξονα xx' τέμνει τον άξονα των Oy στο σημείο $M(0, f(x))$. Αν O η αρχή των αξόνων, να βρεθεί τιμή του x για την οποία το εμβαδόν του ορθογωνίου $K\Lambda OM$ γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 7