

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2021

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου c πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 5

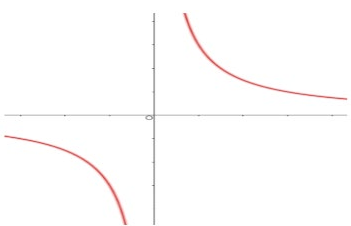
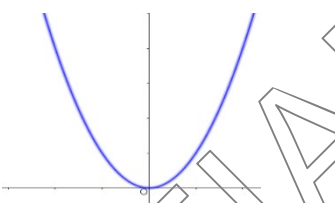
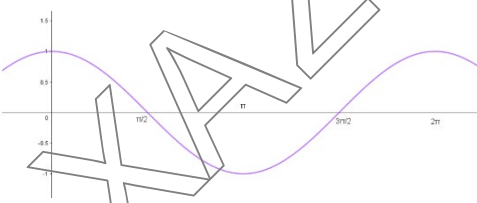
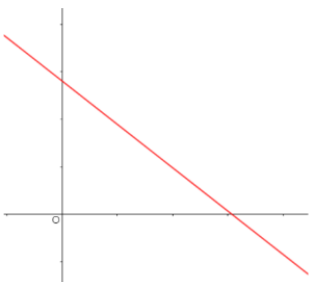
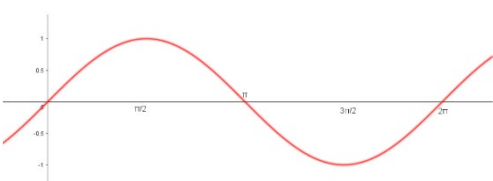
Α2. Πότε μια συνάρτηση f είναι γνησίως αυξουσα σε ένα διάστημα Δ ;

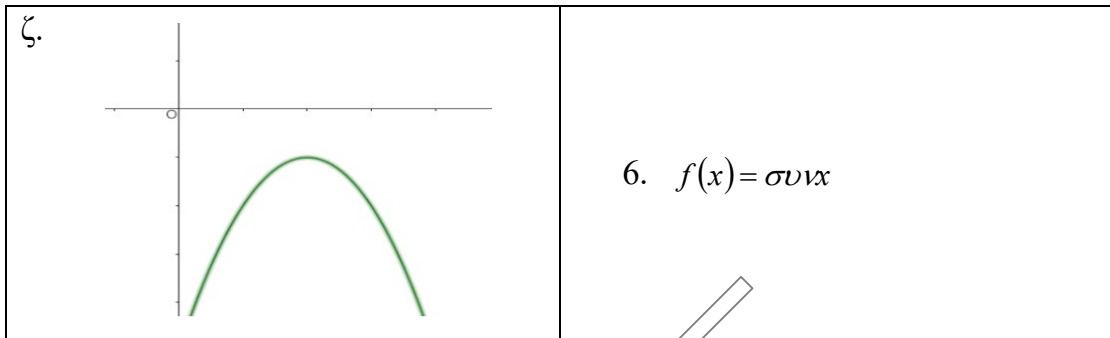
Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.α) Ισχύει: $(f(x) \cdot g(x))' = f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)$ β) Αν η f είναι γνησίως αυξουσα στο Δ , τότε είναι $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ .γ) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε $x \in A$.δ) Για μια συνάρτηση f έχουμε ότι το πεδίο ορισμού είναι $(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$. Τότε η f είναι ασυνεχής στο $x_0 = 4$.ε) Αν ισχύει $f(x) = \frac{1}{x}$, τότε $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ για κάθε $x \neq 0$.

Μονάδες 5

A4. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα από την στήλη Α με τον σωστό αριθμό της στήλης Β

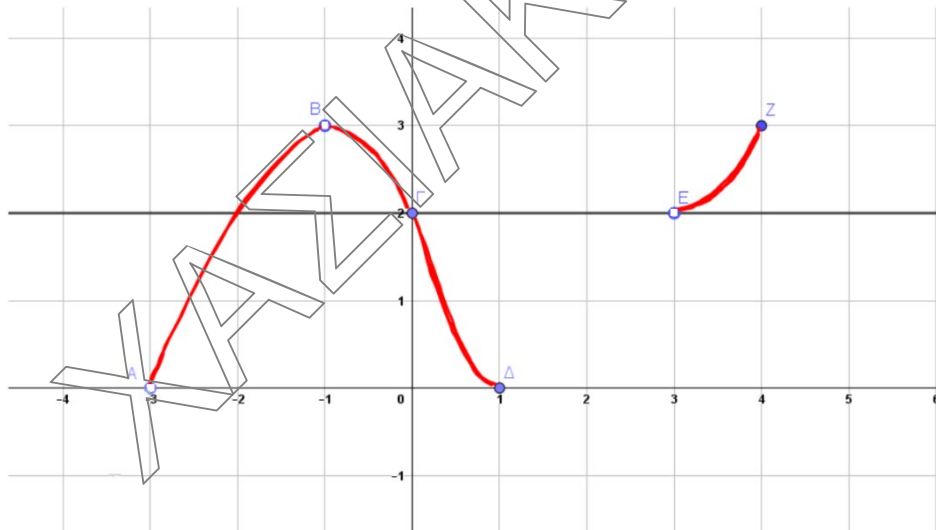
Στήλη Α	Στήλη Β
<p>α.</p> 	<p>1. $f(x) = \eta\mu x$</p>
<p>β.</p> 	<p>2. $f(x) = \frac{a}{x}$</p>
<p>γ.</p> 	<p>3. $f(x) = ax^2$</p>
<p>δ.</p> 	<p>4. $f(x) = ax + \beta$</p>
<p>ε.</p> 	<p>5. $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$</p>



Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται το παρακάτω γράφημα:



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .

Μονάδες 2

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 2$ και η ανίσωση $f(x) > 2$.

Μονάδες 1+2

γ) Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 1+2

δ) Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια.

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x),$$

Μονάδες 4

B2. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 4

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης με τους άξονες x' και y' .

Μονάδες 4

γ) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{27 - 3x^2}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Εστω ότι $f(x) = \frac{-2x^2 - x + \alpha}{1 - 4x^2}$ που διέρχεται από το σημείο $(-1, 0)$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 1$ και να απλοποιηθεί ο τύπος της συνάρτησης f .

Μονάδες 2+3

Γ2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 3

Γ3. Ποια η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο σημείο $(-2, 1)$.

Μονάδες 8

Γ4. Αν $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \neq \frac{1}{2} \\ 2x - \beta, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$

i) Να βρεθούν τα όρια των: $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} g(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

ii) Να βρείτε το β για να είναι η συναρτηση g συνεχής.

Μονάδες 4+5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^3 + \frac{\alpha x^2}{2} - 36x + 10$

Δ1. Αν ισχύει: $3 \cdot f''(-1) + f'(1) = -39$, να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$.

Μονάδες 4

Δ2. Να μελετηθεί συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 4

Δ3. Να μελετήσετε την παράγωγο της f ως προς τα ακρότατα.

Μονάδες 4

Δ4. Ποια η εξίσωση της εφαπτομένης στην γραφική παράσταση της f' στο $x_0=1$;

Μονάδες 4

Δ5. Να συγκρίνετε τους αριθμούς: $f\left(\frac{5}{4}\right)$ με $f\left(\frac{5}{7}\right)$.

Μονάδες 4

Δ6. Να αποδείξετε ότι: $x^2 + x \geq -\frac{1}{4}$.

Μονάδες 5