Γ' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ. 152

Β. **α)** Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ 13
β) Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ 139

Γ. **α)** ΣΩΣΤΟ
β) ΛΑΘΟΣ
γ) ΛΑΘΟΣ
δ) ΣΩΣΤΟ
ε) ΛΑΘΟΣ

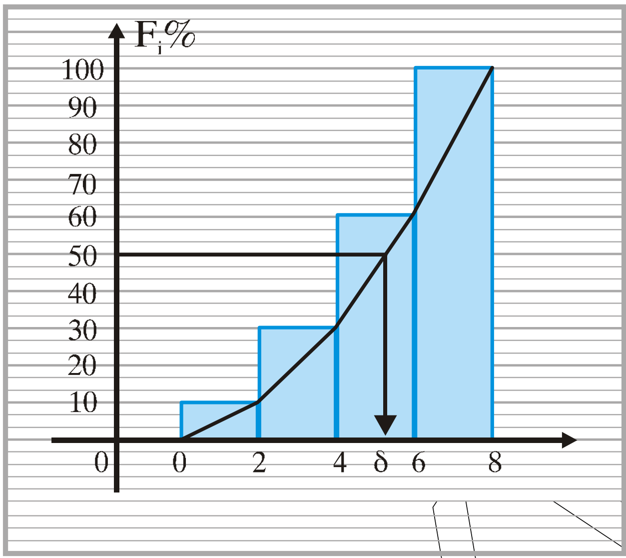
ΘΕΜΑ 2ο

Α)

[-)	x_i	ν_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i\,\nu_i$	$x_i^2 \cdot \nu_i$
[0 - 2)	1	2	10	10	2	2
[2 - 4)	3	4	20	30	12	36
[4 - 6)	5	6	30	60	30	150
[6 - 8)	7	8	40	100	56	392
Σύνολο		**ν=20**	**100**		**100**	**580**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} = \frac{100}{20} = 5^\circ C$$

β)



η διάμεσος είναι περίπου 5

γ) $s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{4} x_i^2\nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{4} x_i\nu_i\right)^2}{\nu}\right] \Leftrightarrow s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4} x_i^2\nu_i - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow$

$s^2 = \frac{580}{20} - 5^2 = 29 - 25 = 4 \Rightarrow \boxed{s = 2^o C}$

$Cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ ή $40\% > 10\%$ το δείγμα είναι ανομοιογενές.

δ) Το πλήθος των πόλεων με θερμοκρασίες από 3^o C έως και 7^o C είναι οι μισές πόλεις της δεύτερης κλάσης, όλες της τρίτης και οι μισές της $4^{ης}$ διότι το 3 είναι το κέντρο της $2^{ης}$ και το 7 το κέντρο της $4^{ης}$ και οι παρατηρήσεις (πόλεις) θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες μέσα στις κλάσεις. Άρα το ποσοστό είναι:

$\frac{1}{2}20\% + 30\% + \frac{1}{2}40\% = 60\%$ των πόλεων.

ΘΕΜΑ 3^o

α) $\Omega = \{1,2,3,\ldots,25\}$, ισοπίθανα , $N(\Omega)=25$

$A = \{\kappa \in \Omega / \kappa$ πολ/σιο του $3\} = \{3,6,9,12,15,18,21,24\}$ $\quad N(A)=8$

$B = \{\kappa \in \Omega /$ η f δεν έχει πραγματικές ρίζες$\}$

Αφού $f(x) = x^2 - \kappa x + 9$ θα πρέπει $\Delta < 0 \Leftrightarrow \kappa^2 - 36 < 0 \Leftrightarrow (\kappa-6)(\kappa+6) < 0$

Άρα $-6 < \kappa < 6$. Επειδή όμως $\kappa \in \Omega$ θα πρέπει $B=\{1,2,3,4,5\}$ έτσι $N(B)=5$

$\Gamma = \left\{\kappa \in \Omega / \text{το } \lim_{x\to\kappa}\frac{x^2 - \kappa x}{\sqrt{x} - \sqrt{\kappa}} \le 16\sqrt{\kappa}\right\}$

έχουμε $\lim\limits_{x\to\kappa}\dfrac{x^2-\kappa x}{\sqrt{x}-\sqrt{\kappa}}=\lim\limits_{x\to\kappa}\dfrac{(x^2-\kappa x)(\sqrt{x}+\sqrt{\kappa})}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{\kappa})^2}=$

$=\lim\limits_{x\to\kappa}\dfrac{x(x-\kappa)(\sqrt{x}+\sqrt{\kappa})}{x-\kappa}=\lim\limits_{x\to\kappa}x(\sqrt{x}+\sqrt{\kappa})=2\kappa\sqrt{\kappa}$

Άρα έχουμε $2\kappa\sqrt{\kappa}\le 16\sqrt{\kappa}\Leftrightarrow \kappa\le 8$.

Επειδή $\kappa\in\Omega$ έχουμε Γ={1,2,3,4,5,6,7,8}. Άρα Ν(Γ)=8.

β) $P(A)=\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}=\dfrac{8}{25}=32\%$

$P(\Gamma)=\dfrac{N(\Gamma)}{N(\Omega)}=\dfrac{8}{25}=32\%$

γ) $P(B)=\dfrac{N(B)}{N(\Omega)}=\dfrac{5}{25}=20\%$

$A\cap B=\{3\}$ άρα $P(A\cap B)\dfrac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{25}=4\%$

δ)

- $P(A\cup B)=P(B)+P(A)-P(A\cap B)=\dfrac{8}{25}+\dfrac{5}{25}-\dfrac{1}{25}=\dfrac{12}{25}=48\%$
- $P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')=$
  $=P(A)+1-P(B)-P(A-B)=$
  $=P(A)+1-P(B)-[P(A)-P(A\cap B)]=$
  $=P(A)+1-P(B)-P(A)+P(A\cap B)=1-P(B)+P(A\cap B)=$
  $=1-\dfrac{5}{25}+\dfrac{1}{25}=\dfrac{21}{25}=84\%$
- $P(B-A')=P(B)-P(B\cap A')=P(B)-P(B-A)=$
  $=P(B)-P(B-A)=P(B)-P(B)+P(A\cap B)=\dfrac{1}{25}=4\%$

ΣΧΟΛΙΟ: Δεκτές είναι και οι λύσεις με την χρήση των διαγραμμάτων Venn

ΘΕΜΑ 4ο

α) Αφού η εφαπτομένη στο Κ(1,f(1)) είναι παράλληλη στην (δ): y=x+1 πρέπει $\lambda_{\varepsilon_K}=\lambda_\delta\Leftrightarrow f'(1)=1$

Έχουμε $f(x)=\dfrac{P(A\cup B)}{2[P(A)+P(B)]}\cdot x^2+\dfrac{P(B-A)}{P(A)+P(B)}$

Άρα $f'(x)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(A)+P(B)}\cdot x$ οπότε

$$f'(1)=1 \Leftrightarrow \frac{P(A\cup B)}{P(A)+P(B)}=1 \Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

Άρα $P(A\cap B)=0$ και επειδή ο δ.χ. Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα θα είναι και $A\cap B=\varnothing$ δηλαδή τα Α και Β είναι ασυμβίβαστα.

β) Αφού $\Lambda\left(0,\frac{1}{3}\right)\in C_f \Rightarrow f(0)=\frac{1}{3}$ όμως $f(0)=\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)}$ οπότε

$$\frac{1}{3}=\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)} \Leftrightarrow 3P(B-A)=P(A)+P(B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3\left[P(B)-P(A\cap B)\right]=P(A)+P(B) \Leftrightarrow P(A)=2P(B)$$

όμως

$$P(A\cup B)=P(B)+P(A) \Leftrightarrow 3P(B)=\frac{3}{4} \Leftrightarrow P(B)=\frac{1}{4}$$

Άρα $P(A)=\frac{1}{2}$.

γ) Έχουμε $g(x)=6f(x)-12x+2019 \quad , \quad x\in \mathbb{R}$ και

$g'(x)=6f'(x)-12$ έτσι

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \frac{P(A\cup B)}{P(A)+P(B)}\cdot x=2 \Leftrightarrow x=2$$

(αφού $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$)

$$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x)>2 \Leftrightarrow x>2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g΄(x)	$-$	0	$+$
g(x)	↘	Ο.Ε.	↗

η g παρουσιάζει ελάχιστη τιμή για x=2 την g(2)=6f(2)-24+2019

όμως

$$f(2)=\frac{P(A\cup B)}{2\left[P(A)+P(B)\right]}\cdot 4+\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)}=\frac{1}{2}\cdot 4+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$$ άρα g(2)=2009.

δ) Έχουμε $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}$ και $f'(x)=x$

Έστω y=αx+β η εφαπτόμενη (ε_K) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f

Πρέπει $\alpha=f'(1)=1$ άρα (ε_K): y=x+β

Αφού $K(1,f(1))\in C_f \Leftrightarrow f(1)=1+\beta \Leftrightarrow \beta=-\frac{1}{6}$. Επομένως ε_K : $\boxed{y=x-\frac{1}{6}}$

Είναι $M_i\in(\varepsilon_K) \Leftrightarrow y_i=x_i-\frac{1}{6} \quad , \quad i=1,2,\ldots 10$

Άρα $\bar{y}=\bar{x}-\frac{1}{6}=-\frac{59}{6}-\frac{1}{6}=-10$ και $s_y=s_x=2$ οπότε $CV_y=\frac{s_y}{|\bar{y}|}=\frac{2}{10}=20\%$