

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Δευτέρα 3 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1-δ, A2-γ, A3-δ, A4-β

A5 α-Λάθος, β-Λάθος, γ-Σωστό, δ-Λάθος, ε-Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση η (α)

Το σύστημα των δύο σφαιρών θεωρείται μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

Α.Λ.Ο. στον άξονα x'x

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2' + m_1 \cdot v_{1x}' \xrightarrow{m_1=m_2=m \text{ \& } v_1=v_2=v}$$

$$m \cdot v = m \cdot v + m \cdot v_{1x}' \Rightarrow m \cdot v_{1x}' = 0 \Rightarrow v_{1x}' = 0$$

Α.Λ.Ο. στον άξονα y'y

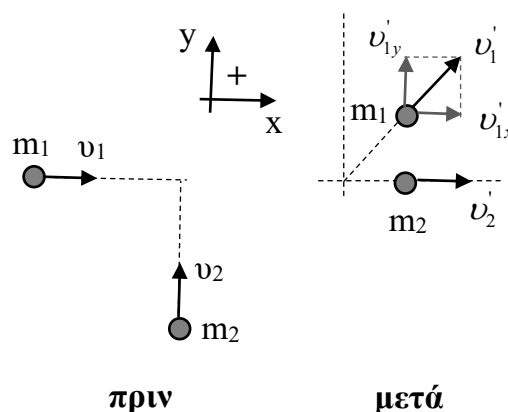
$$m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_{1y}' \xrightarrow{m_1=m_2=m \text{ \& } v_2=v}$$

$$m \cdot v = m \cdot v_{1y}' \Rightarrow v_{1y}' = v$$

Άρα $v_1' = v_{1y}' = v$

Υπολογίζω την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση.

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$$



$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$$

Άρα $K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)}$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση διατηρείται, άρα διατηρείται και η μηχανική ενέργεια. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική.

B2. Σωστή απάντηση η (β)

Πρώτα συνθέτουμε τις ταλαντώσεις με χρονικές εξισώσεις θέσεων x_1 και x_2 .

Η διαφορά φάσης τους ισούται με $\Delta\phi = \pi$ rad, οπότε το πλάτος είναι:

$$A_{1,2} = A_1 - A_2 = 4 - 2 = 2\text{m και } \theta = 0.$$

Επομένως εξίσωση θέσης της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$x_{1,2} = 2\eta\mu(100\pi t) \text{ (S.I.)}$$

Η κίνηση που προκύπτει από τις δύο πρώτες ταλαντώσεις και την τρίτη, είναι μια ιδιόμορφη ταλάντωση που εμφανίζει διακροτήματα.

$$\omega_{1,2} = 100\pi \text{ rad/s, } f_{1,2} = \omega_{1,2}/2\pi = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 102\pi \text{ rad/s, } f_3 = \omega_3/2\pi = 51 \text{ Hz}$$

Η περίοδος του διακροτήματος είναι: $T_\Delta = \frac{1}{|f_{1,2} - f_3|} = 1 \text{ s}$

Για την περιοδική κίνηση ισχύει:

$$\omega = \frac{\omega_{1,2} + \omega_3}{2} \xrightarrow{\omega = 2\pi f} f = \frac{f_{1,2} + f_3}{2} = 50,5 \text{ Hz}$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων που πραγματοποιούνται είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \Rightarrow N = f \cdot \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 2T_\Delta = 2\text{s}} N = 101 \text{ ταλαντώσεις}$$

Οπότε από την Θ.Ι. το σώμα περνάει: $2 \cdot N = 202$ φορές.

B3. Σωστή απάντηση η (γ)

Αρχικά ο διακόπτης είναι κλειστός.

Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος:

$$R_{(εξ)} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2} \text{ και } R_{(ολ)} = R_{(εξ)} + r = R$$

Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

$$I = \frac{E}{R_{(ολ)}} = \frac{E}{R}$$

και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές

$$V_{\Sigma} = V_{\text{ΠΟΛΙΚΗ}} = E - I \cdot r = E - \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{2} = E - \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \quad \text{άρα } I_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}}{R_{\Sigma}} = \frac{V_{\Sigma}}{R} = \frac{E}{2R}$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B_{\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot I_{\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{2R}$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό είναι:

$$\Phi_{(\text{αρχικό})} = B \cdot A_{\Sigma\Omega\Lambda\text{Η}\text{Ν}\text{Ο}\text{Ε}\text{Ι}\text{Δ}\text{ΟΥ}\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{2R} \cdot \pi \cdot \alpha^2 = 2\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R} \cdot \pi \cdot \alpha^2$$

Ανοίγουμε το διακόπτη.

Υπολογίζουμε ξανά την ολική αντίσταση του κυκλώματος:

$$R_{(\varepsilon\xi)} = R \quad R_{(\text{ολ})} = R_{(\varepsilon\xi)} + r = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

Υπολογίζουμε ξανά την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

$$I' = \frac{E}{R_{(\text{ολ})}} = \frac{E}{\frac{3}{2}R} = \frac{2E}{3R} = I'_{\Sigma}$$

και την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς:

$$B'_{\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot I'_{\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{2E}{3R}$$

και τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό:

$$\Phi_{(\text{τελικό})} = B'_{\Sigma} \cdot A_{\Sigma\Omega\Lambda\text{Η}\text{Ν}\text{Ο}\text{Ε}\text{Ι}\text{Δ}\text{ΟΥ}\Sigma} = 4\pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{2E}{3R} \cdot \pi \cdot \alpha^2 = \frac{4}{3} \Phi_{(\text{αρχικό})}$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής στον κυκλικό αγωγό είναι:

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_{(\text{τελικό})} - \Phi_{(\text{αρχικό})}| = \frac{\Phi_{(\text{αρχικό})}}{3} = \frac{2}{3} \pi \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R} \cdot \pi \cdot \alpha^2$$

Το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του κυκλικού αγωγού είναι:

$$q = N \frac{|\Delta\Phi|}{R} \xrightarrow{N=1} \mathbf{q} = \frac{2}{3} \cdot \pi^2 \cdot \alpha^2 \cdot K_{\mu} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R^2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Με τον διακόπτη στη θέση 1 το τμήμα του κυκλώματος που περιλαμβάνει την πηγή, το σωληνοειδές και τον αντιστάτη R_1 , διαρρέεται από ρεύμα.

Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_{\Sigma}}{R_1 + R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{1,\Sigma} = 2,5\Omega \quad \text{και} \quad R_{\text{ολ}} = R_{1,\Sigma} + r \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 3\Omega$$

Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 0,5 A$$

Η πολική τάση της πηγής είναι: $V_{\Pi} = E - I \cdot r \Rightarrow V_{\Pi} = 1,25 V$.

Επομένως το ρεύμα που διαρρέει το σωληνοειδές υπολογίζεται:

$$I_{\Sigma} = \frac{V_{\Pi}}{R_{\Sigma}} \Rightarrow I_{\Sigma} = 0,25 A$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο μέσο του σωληνοειδούς είναι:

$$B_{\Sigma} = k_{\mu} 4\pi \frac{N}{L} I_{\Sigma} \Rightarrow \mathbf{B}_{\Sigma} = 2\pi \cdot 10^{-4} \mathbf{T}$$

Γ2. 1^{ος} τρόπος: Νόμος Neumann

$$q_{επ} = N \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \xrightarrow{N=1} q_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \xrightarrow{\Phi=BS \text{ \& } R_{ολ}=R_1+R_{ΚΛ}} q_{επ} = \frac{B \cdot \Delta S}{R_1 + R_{ΚΛ}} \xrightarrow{\Delta S=L \cdot \Delta x} q_{επ} = \frac{B \cdot L \cdot \Delta x}{R_1 + R_{ΚΛ}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ \& } t=4s \rightarrow \Delta x=6m} q_{επ} = 0,6 C$$

2^{ος} τρόπος:

Η αγώγιμη ράβδος ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η ταχύτητα της μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση:

$$u = u_0 + a \cdot t = 1 + 0,25 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

Στα άκρα της ράβδου ανάπτυσσετε τάση από επαγωγή:

$$E_{επ} = B \cdot u \cdot L = B \cdot (u_0 + a \cdot t) \cdot L = 2 \cdot (1 + 0,25 \cdot t) \cdot 0,5 = 1 + 0,25 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα καταλήγουμε :

$$I = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \xrightarrow{R_{ολ}=R_1+R_{ΚΛ}} I = 0,1 + 0,025 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

για $t=0$ s είναι $I = 0,1 A$ και

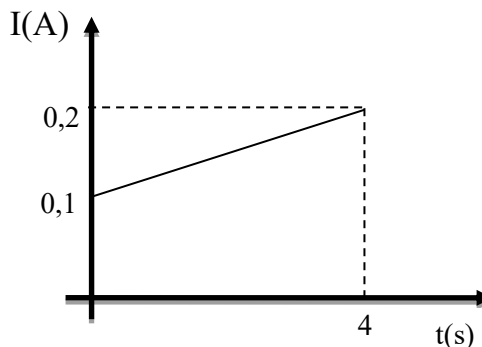
για $t=4$ s είναι $I = 0,2 A$

Το εμβαδόν του διαγράμματος $I - t$ είναι

$$E_{\text{τραπεζίου}} = \frac{0,2 + 0,1}{2} \cdot 4 = 0,6$$

Επομένως το ζητούμενο φορτίο είναι:

$$q = 0,6 C$$



Γ3. Αρχικά υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας της ράβδου στο τέλος της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, τη στιγμή $t_1=4s$:

$$u = u_0 + a \cdot t = 1 + 0,25 \cdot t \xrightarrow{t_1=4s} v = 2 \frac{m}{s}$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη στιγμή t_1 είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = N \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi=BS} E_{\varepsilon\pi} = N \frac{|\Delta(BS)|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta S=L \cdot \Delta x}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot L \cdot \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B \cdot L \cdot v \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2 \text{ V}$$

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα είναι:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{ολ}} \xrightarrow{R_{ολ}=R_1+R_{κλ}=10\Omega} I_{\varepsilon\pi} = 0,2 \text{ A}$$

Η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη στιγμή t_1 είναι:

$$F_L = B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot L \Rightarrow F_L = 0,2 \text{ A}$$

Στην συνέχεια από τον 2^ο νόμο του Newton υπολογίζουμε την τιμή της $F_{\varepsilon\xi}$ τη στιγμή που αυτή σταθεροποιείται. Προσέχουμε ότι η φορά της F_L αντιτίθεται στην κίνηση της ράβδου, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} - F_L = ma \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = ma + F_L \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = 0,3 \text{ N}$$

Επειδή τη στιγμή t_1 ισχύει ότι $F_{\varepsilon\xi} > F_L$ ο αγωγός συνεχίζει να επιταχύνεται, όμως μετά την σταθεροποίηση της $F_{\varepsilon\xi}$ η επιτάχυνση μειώνεται διαρκώς μέχρι που τελικά μηδενίζεται οπότε και η ράβδος αποκτά την μέγιστη (οριακή) ταχύτητά του.

Επομένως από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητά του σταθεροποιείται, εκτελεί **μη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με μειούμενη επιτάχυνση.**

Γ4.

Υπολογίζουμε την τιμή της οριακής ταχύτητας εφαρμόζοντας τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} - F_L = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = F_L$$

$$F_{\varepsilon\xi} = B \cdot I \cdot L = \frac{B^2 \cdot u_{ορ} \cdot L^2}{R_{ολ}} \Rightarrow u_{ορ} = \frac{F_{\varepsilon\xi} \cdot R_{ολ}}{B^2 \cdot L^2} = \frac{0,3 \cdot 10}{4 \cdot \frac{1}{4}} \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

Χρησιμοποιούμε τις τιμές της $F_{\varepsilon\xi}$ και τις $u_{ορ}$ για να υπολογίσουμε την ζητούμενη

$$\text{ισχύ: } P_F = \frac{dW_F}{dt} \Rightarrow P_F = \frac{F \cdot dx}{dt} \Rightarrow P_F = F \cdot v \Rightarrow P_F = 0,9 \text{ W}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Κόβοντας το νήμα το σώμα Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$. Αφού αρχικά δεν έχει ταχύτητα η θέση που βρίσκεται είναι ακραία θέση ταλάντωσης, δηλαδή $A=\Delta\ell=0,2\text{m}$ ενώ η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου θα είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση, τη στιγμή που περνά από τη θέση $x_1 < A$ για πρώτη φορά, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022
Α' ΦΑΣΗ

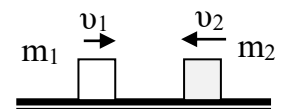
E_3.Φλ3Θ(α)

$$E = K + U \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} D x_1^2 \xrightarrow{D=k} v_1 = \pm 1 \frac{m}{s} \xrightarrow{1^{\text{η}} \text{ φορά}} v_1 = +1 \frac{m}{s}$$

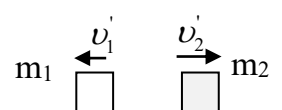
Οι ταχύτητες των σωμάτων m_1 και m_2 μετά την ελαστική κρούση τους θα είναι,

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \xrightarrow{v_2 = -3 \frac{m}{s}} v_1' = \frac{3-1}{3+1} \cdot 1 + \frac{2 \cdot 1}{3+1} \cdot (-3) \Rightarrow v_1' = -1 \frac{m}{s}$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \xrightarrow{v_2 = -3 \frac{m}{s}} v_2' = \frac{2 \cdot 3}{3+1} \cdot 1 + \frac{1-3}{3+1} \cdot (-3) \Rightarrow v_2' = 3 \frac{m}{s}$$



πριν



μετά

Δ2. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$, ενώ η θέση ισορροπίας δεν αλλάζει.

Γωνιακή συχνότητα ω : $D = m_1 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \xrightarrow{D=k} \omega = 10 \frac{rad}{s}$

Πλάτος ταλάντωσης A' :

$$E = K + U \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{1}{2} DA'^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} D x_1^2 \xrightarrow{D=k} A' = 0,2m$$

Αρχική φάση φ_0 :

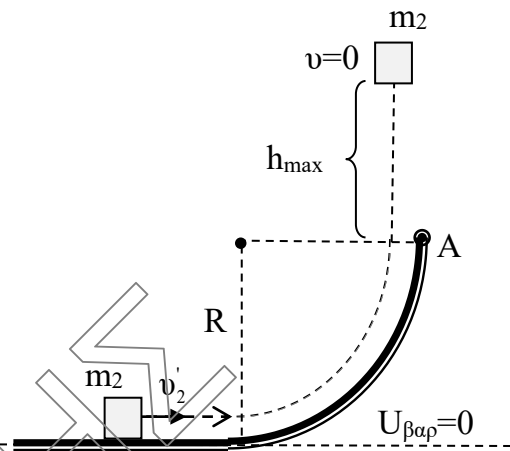
$$x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t_0=0, x=x_1, v_1' < 0} 0,1\sqrt{3} = 0,2 \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \eta \mu \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\kappa=0} \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{3}, v > 0 \\ \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}, v < 0 \end{cases}$$

Επομένως η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου για την ταλάντωση του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση, είναι: $x = 0,2 \eta \mu \left(10t + \frac{2\pi}{3} \right)$, (S.I.).

Δ3. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, συνεπώς το σώμα Σ_2 κινείται σε αυτό με σταθερή ταχύτητα.

Θα μελετήσουμε την κίνηση του σώματος από την είσοδό του στο τεταρτοκύκλιο μέχρι να φτάσει στη θέση μέγιστης ανύψωσής του, (όπου η ταχύτητά του στιγμιαία μηδενίζεται), εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο έδαφος.



Θ.Μ.Κ.Ε.

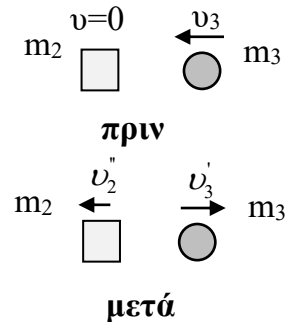
$$\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_T + W_w + W_N = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \xrightarrow{W_N=0, K_{\text{τελ}}=0} W_T + W_w = -K_{\text{αρχ}} \xrightarrow{W_w = -\Delta U_{\text{βαρ}}} \Rightarrow W_T + U_{\text{βαρ}}^{\text{αρχ}} - U_{\text{βαρ}}^{\text{τελ}} = -K_{\text{αρχ}} \xrightarrow{U_{\text{βαρ}}^{\text{αρχ}}=0} W_T - m_2 g (R + h_{\text{max}}) = -\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Rightarrow W_T = -2,5J$$

Επομένως η θερμότητα είναι, $Q = |W_T| = 2,5J$.

Δ4. Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_3 και Σ_2 μετά την ελαστική κρούση τους θα είναι,

$$v_3' = \frac{m_3 - m_2}{m_3 + m_2} v_3 \xrightarrow{m_3 = \frac{m_2}{3}} v_3' = \frac{\frac{m_2}{3} - m_2}{\frac{m_2}{3} + m_2} \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow v_3' = -2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$v_2'' = \frac{2m_3}{m_3 + m_2} v_3 \Rightarrow v_2'' = \frac{2 \cdot \frac{m_2}{3}}{\frac{m_2}{3} + m_2} \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow v_2'' = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$



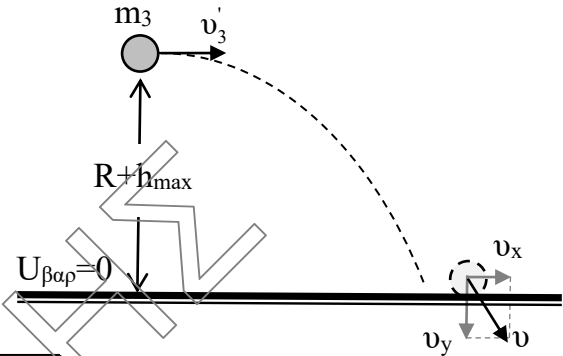
Το ποσοστό της ενέργειας που μεταβιβάστηκε από το σώμα Σ_3 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση τους είναι:

$$\pi\% = \frac{\Delta K_2}{K_1^{\text{αρχ}}} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{K_2^{\text{τελ}} - K_2^{\text{αρχ}}}{K_1^{\text{αρχ}}} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2''^2 - 0}{\frac{1}{2} m_3 v_3^2} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = 75\%$$

Δ5. 1^{ος} τρόπος:

Το σώμα Σ₃ μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ.

Άξονας xx' Ε.Ο.Κ. ($v_x = v_o = v'_3 $)	Άξονας yy' Ελεύθερη πτώση
$x = v_o \cdot t$ (1)	$v_y = g \cdot t$ (2) $y = \frac{1}{2} g t^2$ (3)



Ο χρόνος πτώσης είναι,

$$(3) \xrightarrow{y=R+H \text{ \& } t=t_{ol}} R+H = \frac{1}{2} g t_{ol}^2 \Rightarrow t_{ol} = \sqrt{\frac{2(R+H)}{g}} = 0,2s$$

Η συνιστώσα της ταχύτητας στον κατακόρυφο άξονα θα είναι,

$$(2) \xrightarrow{t=t_{ol}} v_y = g \cdot t_{ol} \Rightarrow v_y = 2 \frac{m}{s}$$

Αφού το σώμα συγκρούεται ελαστικά με το έδαφος η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας θα αλλάξει φορά και θα διατηρήσει το μέτρο της $\vec{v}'_y = -\vec{v}_y$, ενώ η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας δεν θα αλλάξει $\vec{v}'_x = \vec{v}_x$.

Επομένως έχουμε μεταβολή ορμής μόνο στον άξονα y'y, ($\Delta p_{x'x} = 0$):

$$\Delta \vec{p} = \Delta \vec{p}_{(y'y)} = \vec{p}_{\text{τελ}(y'y)} - \vec{p}_{\text{αρχ}(y'y)}$$

$$\Delta p = p_{\text{τελ}(y'y)} - (-p_{\text{αρχ}(y'y)}) \Rightarrow \Delta p = p_{\text{τελ}(y'y)} + p_{\text{αρχ}(y'y)} \Rightarrow \Delta p = 2m_3 v_y = \frac{4}{3} \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2^{ος} τρόπος: Το σώμα μάζας m₂ μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ, που μπορούμε να υπολογίσουμε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, (αφού το βάρος που ασκείται στο σώμα είναι συντηρητική δύναμη). Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο έδαφος.

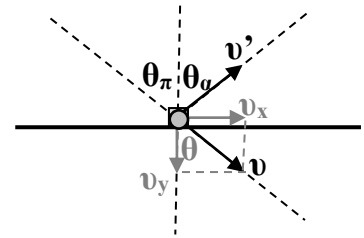
Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{\text{ΜΗΧ}}^{\text{αρχ}} = E_{\text{ΜΗΧ}}^{\text{τελ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + m_2 g (R + h_{\text{max}}) = \frac{1}{2} m_2 v^2 \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

Βάση της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων το σώμα μάζας m_2 στο άξονα $x'x$ κινείται με σταθερή ταχύτητα επομένως

$$v_x = v_2' = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}.$$



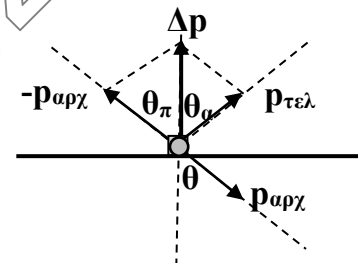
$$\text{Ισχύει ότι: } \eta\mu\theta = \frac{v_x}{v} \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \theta = 60^\circ$$

Επειδή το σώμα μάζας m_2 συγκρούεται ελαστικά με το δάπεδο, έχουμε:

$$\theta_\pi = \theta_\alpha \xrightarrow{\theta = \theta_\pi = 60^\circ} \theta_\pi = \theta_\alpha = 60^\circ \text{ και } v' = v = 4 \frac{m}{s}.$$

Υπολογισμός της μεταβολής της ορμής:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} + (-\vec{p}_{\text{αρχ}})$$



Μέτρο:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \sqrt{p_{\alphaρχ}^2 + p_{\text{τελ}}^2 + 2p_{\alphaρχ}p_{\text{τελ}}\sigma\upsilon\nu(\theta_\pi + \theta_\alpha)} \xrightarrow{p_{\alphaρχ} = m \cdot v = p_{\text{τελ}}} \\ &\Rightarrow \Delta p = \sqrt{m^2 v^2 + m^2 v^2 + 2m^2 v^2 \sigma\upsilon\nu(120^\circ)} \Rightarrow \\ &\xrightarrow{\sigma\upsilon\nu(120^\circ) = \sigma\upsilon\nu(180^\circ - 60^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 60^\circ = -\frac{1}{2}} \Delta p = mv \Rightarrow \Delta p = \frac{4}{3} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$