

**ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**  
**Ημερομηνία: Κυριακή 10 Μαΐου 2015**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A.1.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα τον  $x - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

**Μονάδες 7**

**A.2.** Να γράψετε δύο τύπους του  $\sin 2\alpha$ .

**Μονάδες 4**

**A.3.** Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών για κάθε μία από τις συναρτήσεις  $f(x) = a^x$  και  $g(x) = \log_a x$  με  $0 < a \neq 1$ .

**Μονάδες 4**

**A.4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστή**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)**  $\operatorname{εφ}(\alpha \mp \beta) = \frac{\operatorname{εφ}\alpha + \operatorname{εφ}\beta}{1 + \operatorname{εφ}\alpha \cdot \operatorname{εφ}\beta}$

**β)** Στο πολυώνυμο  $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ , με ακέραιους συντελεστές, κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου  $\alpha_0$ , είναι ρίζα του  $P(x)$ .

**γ)** Αν  $0 < a \neq 1$  τότε ισχύει:  $\log_a (\theta_1 + \theta_2) = \log_a \theta_1 \cdot \log_a \theta_2$  με  $\theta_1, \theta_2 > 0$ .

**δ)** Αν  $a > 1$  τότε η  $f(x) = a^x$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**ε)** Αν  $D = \emptyset$ , τότε το γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$ ,  $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$  είναι πάντα αδύνατο.

**Μονάδες  $5 \times 2 = 10$**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Β' ΦΑΣΗ

**E\_3.BMλ2Γ(ε)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2\sin 2x - 1$ ,  $x \in \mathcal{R}$ .

**B.1.** Να βρεθεί η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή και η περίοδος της συνάρτησης  $f(x)$ .

**Μονάδες 8**

**B.2.** Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $x'x$  στο  $[0, 2\pi]$ .

**Μονάδες 9**

**B.3.** Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $K = \frac{f\left(\frac{\pi}{12}\right) \cdot f\left(\frac{5\pi}{12}\right) + f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1 - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \gamma$ , για την οποία ισχύουν:

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης της  $f(x)$  δια  $x + 2$  είναι 24.
- Η  $C_f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0, 8)$ .
- Η  $f(x)$  έχει παράγοντα το  $x - 1$ .

**Γ.1.** Να δείξετε ότι:  $a = 1$ ,  $\beta = -10$  και  $\gamma = 8$ .

**Μονάδες 9**

**Γ.2. α)** Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = 0$ .

**Μονάδες 4**

**β)** Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η  $C_f$  είναι κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 4**

**Γ.3.** Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{x+4}{f(x)} \leq \frac{2}{f(x) + f(-x) - 18}$ .

**Μονάδες 8**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Β' ΦΑΣΗ

**E\_3.BMλ2Γ(ε)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ με } x \in \mathbb{R} \text{ και } h(x) = \ln \frac{3}{x} + \ln \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \ln \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) + \ln \left(1 + \frac{x}{2}\right),$$

με  $x > 0$ .

**Δ.1.** Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \ln(f(\ln x))$ .

**α)** Να υπολογίσετε το  $f(\ln x)$ .

**Μονάδες 3**

**β)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g(x) = \ln(f(\ln x))$ .

**Μονάδες 4**

**Δ.2.** Να δείξετε ότι  $h(x) = \ln \frac{3}{2}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ.3.** Να λύσετε την εξίσωση  $g(x) = h(x)$  με  $x > 1$ .

**Μονάδες 7**

**Δ.4.** Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε να υπάρχει  $\theta \in \mathbb{R}$  και να ισχύει:  $\eta\mu\theta = \frac{f(1) \cdot \ln^2 x - 2f(2) \cdot \ln x}{6f(1)}$ .

**Μονάδες 6**