

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ να αποδείξετε ότι
 $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{\beta}) = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{\beta}), \lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

A2. Αν $\vec{a} = (x, y)$, με τι ισούται το μέτρο του διανύσματος \vec{a} ;

Μονάδες 3

A3. Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ δίνεται ο ισχυρισμός :
« αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$ ».

α) Να τον χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος.

Μονάδες 1

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

A4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή, το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

α) Για τα μοναδιαία διανύσματα \vec{i} και \vec{j} του καρτεσιανού επιπέδου ισχύει ότι $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$

β) Αν \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα του επιπέδου ισχύει $|\vec{a} \cdot \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$.

- γ) Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι θετικός, αν η γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ είναι οξεία.
- δ) Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε οι ευθείες $y=1$ και $y = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})x$ είναι παράλληλες.
- ε) Αν Ο ένα σημείο αναφοράς, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα \vec{AB} ισχύει $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 3\sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 2, (\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{4}$ και $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

B1. Να δείξετε ότι $\vec{\alpha}\vec{\beta} = 6$ και $\vec{\alpha}\vec{\gamma} = 18$.

Μονάδες 6

B2. Να υπολογίσετε το $|\vec{\gamma}|$ καθώς και τη γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\gamma}})$.

Μονάδες 6

Δίνεται επιπλέον ότι $\vec{\alpha} = (3, 3)$ και $\vec{\beta} = (2, 0)$.

B3. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\delta} = (8, 18)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 6

B4. Να βρείτε διάνυσμα \vec{w} με $\vec{w} // \vec{\alpha}$ και $\vec{w} \cdot \vec{\alpha} = 36$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = (3\lambda - 1)x - (5\lambda + 1)$ η οποία διέρχεται από το σημείο $A(1, 3\lambda - 7)$.

Γ1. Να δείξετε ότι: $\lambda = 1$

Μονάδες 4

Γ2. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας δ η οποία είναι κάθετη στην ε και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο B με τεταγμένη $y = 4$.

Μονάδες 5

Γ3. Αν η εξίσωση της ευθείας δ είναι $\delta: y = -\frac{1}{2}x + 4$, να βρεθεί το σημείο τομής Γ των ευθειών ϵ και δ καθώς και η εξίσωση της διαμέσου AM όπου M το μέσο της $B\Gamma$, του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 8

Γ4. Αν $\Gamma(4,2)$,

i) Να δείξετε ότι $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GA} = 0$

Μονάδες 3

ii) Αν N το μέσο του AB , να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AGMN$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $A(1,2)$ και τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ και $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$. Επίσης οι εξισώσεις των διαμέσων του BN και ΓM είναι $x - 2\vec{\alpha} \cdot y + (2\vec{\beta} + \vec{\alpha}) \cdot \vec{\beta} = 0$ και $y + \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ αντιστοίχως.

Δ1. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαμέσων BN και ΓM .

Μονάδες 4

Δ2. Αν οι εξισώσεις των διαμέσων BN και ΓM είναι $x - 2y + 1 = 0$ και $y = 1$ αντιστοίχως, να δείξετε ότι :

i. Το μέσο της πλευράς AB είναι το σημείο $M(0,1)$.

Μονάδες 5

ii. Το μέσο της πλευράς $A\Gamma$ είναι το σημείο $N\left(2, \frac{3}{2}\right)$.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία BN και τέμνουν τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία K, Λ αντιστοίχως ώστε $|\overline{K\Lambda}| = 2\sqrt{5}$.

Μονάδες 5