



ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 7 Μαΐου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι: το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.

Μονάδες 10

A2. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο;

Μονάδες 5

A3. Να γράψετε τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα σε αυτόν το γράμμα (Σ) αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα (Λ) αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων ισούται με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.
2. $(\log_{\alpha} x)^{\kappa} = \kappa \log_{\alpha} x$, για κάθε $x > 0$ και $0 < \alpha \neq 1, \kappa \in \mathbb{R}$.
3. $e\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$.
4. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \phi(x) - c, c > 0$ προκύπτει από την κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της ϕ κατά c μονάδες προς τα κάτω.
5. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι δυνατόν να τέμνει τον άξονα $y'y$ σε περισσότερα από ένα σημεία.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + \beta$, $a, \beta \in \mathbb{R}$, το οποίο έχει ρίζα το 1 και διαιρούμενο με το $x - 2$ δίνει υπόλοιπο 12.

B1. Να αποδείξετε ότι: $a = 1, \beta = 2$.

Μονάδες 8

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 7

B3. α) Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 2$.

Μονάδες 3

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) - 12 < 0$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - x)\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\sigma\upsilon\upsilon(2\pi - x) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\sigma\upsilon\upsilon(\pi - x)$, $x \in \mathbb{R}$

και η συνάρτηση $g(x) = f\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\upsilon x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 9

Γ2. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης g καθώς επίσης και την περίοδο της.

Μονάδες 3

Γ3. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g στο διάστημα $[0, 4]$.

Μονάδες 5

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) = 0$ στο διάστημα $[0, 4]$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \beta x^2 - 4\alpha x - 3$, όπου α, β ακέραιοι αριθμοί με τον α να είναι ρίζα του πολυωνύμου P , και η συνάρτηση $f(x) = \log(2^{x+1} + 8) - 2\log 2, x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να λύσετε την ανίσωση $0 < f(x) < 1$ (1).

Μονάδες 7

Δ2. Να βρείτε τις τιμές των α, β αν οι λύσεις της ανίσωσης (1) είναι $x \in (-\infty, 4)$, και ισχύει $(f(\alpha))^{5\beta-24} < (f(\alpha))^{\beta(\beta-5)}$.

Μονάδες 8

Για $\alpha = 1, \beta = 5$

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 6

Δ4. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in [0, \pi]$ ισχύει $P(\eta\mu x) + f(\eta\mu x) < 1$.

Μονάδες 4