



ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

β. Πότε ισχύει η ισότητα,

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β και n θετικό ακέραιο ισχύει $\sqrt[n]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta}$

β. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει $\sqrt{a^2} = a$.

γ. Σε ένα σύστημα αξόνων Oxy το συμμετρικό του σημείου $M(\alpha, \beta)$ ως προς την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων είναι το σημείο $N(-\alpha, -\beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

δ. Αν στο τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ οι αριθμοί α, γ είναι ετερόσημοι, τότε αυτό έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ε. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει η ισοδυναμία:
 $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ και $\beta = 0$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β**B1.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 5x + 4 = 0$

β. $x^2 - 5|x| + 4 = 0$

γ. $(x-1)^2 = 3(x-1)$

Μονάδες 5 + 6 + 6**B2.** Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5|x| + 4 < 0$ **Μονάδες 8****ΘΕΜΑ Γ**Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt[3]{4\sqrt{2} + \sqrt[5]{32}}$ και $B = (\sqrt{\pi-2})^2 + \sqrt{(\pi-4)^2} + 1$.**Γ1.** Να βρείτε τις τιμές των A, B .**Μονάδες 8****Γ2.** Να δείξετε ότι $\left(\frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} + \frac{\sqrt{A} - \sqrt{B}}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} \right) \cdot \frac{A - B}{A + B} = 2$.**Μονάδες 8****Γ3.** Για $A = 2$ και $B = 3$,**(α)** να λύσετε την εξίσωση: $|Ax - B| = B - Ax$,**Μονάδες 5****(β)** να βρείτε για ποια $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση:

$$K = \frac{2018}{|Ax - B| - (B - Ax)}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - (\lambda - 2)x + 2\lambda + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$ το οποίο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες, τις x_1, x_2 .

Δ1. Να δείξετε ότι $\Delta = \lambda^2 - 12\lambda$ (4 μονάδες) και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι, $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (12, +\infty)$ (4 μονάδες)

Μονάδες 8

Δ2. (α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών του τριωνύμου, ως συνάρτηση του λ .

Μονάδες 4

(β) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες ισχύει: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1 + x_2 \geq 0$

Μονάδες 5

Δ3. (α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , για τις οποίες οι ρίζες x_1, x_2 του παραπάνω τριωνύμου είναι διαστάσεις ορθογώνιου παραλληλογράμμου.

Μονάδες 4

(β) Να βρεθεί η τιμή του λ για την οποία το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις x_1, x_2 έχει περίμετρο 28cm. Ποιο είναι το εμβαδόν αυτού του ορθογώνιου;

Μονάδες 4