



08  
επαναληπτικά  
θέματα

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** σχολικό βιβλίο σελ.122.

**B.** i. δ  
ii. α  
iii. β

**Γ.** i. Σ  
ii. Σ  
iii. Λ  
iv. Λ  
v. Λ

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**A.** Πρέπει και αρκεί  $x^2 + 2x \neq 0 \Leftrightarrow x(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$  και  $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ . Άρα  $D_f = \mathbb{R} - \{0, -2\}$ .

**B.**

$$A = \frac{f(3) - f(1)}{\sqrt{f(4) - 2}} = \frac{1+1}{\sqrt{2-2}} = \frac{2}{\sqrt{2-2}} = \frac{2(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = \frac{2(\sqrt{2}+2)}{2-4} = -(\sqrt{2}+2)$$

**Γ.**  $|f(4) \cdot x - 1| = |2 - f(3) \cdot x| \Leftrightarrow |2x - 1| = |2 - x| \Leftrightarrow 2x - 1 = 2 - x$  ή  $2x - 1 = -2 + x \Leftrightarrow x = 1$  ή  $x = -1$ .

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

i)

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = [-(\lambda + 1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot \lambda = \lambda^2 + 2\lambda + 1 - 4\lambda = \lambda^2 - 2\lambda + 1 = (\lambda - 1)^2 \geq 0$$

ii)

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 10 \Leftrightarrow (\lambda + 1)^2 - 2\lambda = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 - 2\lambda = 10 \Leftrightarrow \lambda^2 = 9 \Leftrightarrow \lambda = \pm 3$$

$$\text{όπου } x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-(\lambda + 1)}{1} = \lambda + 1 \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\lambda}{1} = \lambda.$$

iii) Αν  $\lambda = 3$  τότε η εξίσωση είναι η  $x^2 - 4x + 3 = 0$ . Οπότε

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-4}{1} = 4 \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{1} = 3.$$

$$\text{Άρα } S = 2x_1 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) = 2 \cdot 4 = 8 \text{ και}$$

$$P = 2x_1 \cdot 2x_2 = 4x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot 3 = 12.$$

Επομένως η ζητούμενη εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού είναι η

$$x^2 - S \cdot x + P = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0.$$

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

$$i) D = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-2) - 1 \cdot 1 = 1 \neq 0. \text{ Άρα το σύστημα έχει μοναδική λύση.}$$

$$ii) D_x = \begin{vmatrix} \lambda & 1 \\ \lambda^2 + \lambda & -2 \end{vmatrix} = -2\lambda - \lambda^2 - \lambda = -\lambda^2 - 3\lambda.$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & \lambda \\ 1 & \lambda^2 + \lambda \end{vmatrix} = -\lambda^2 - \lambda - \lambda = -\lambda^2 - 2\lambda.$$

$$\text{Επομένως } x = \frac{D_x}{D} = \frac{-\lambda^2 - 3\lambda}{1} = -\lambda^2 - 3\lambda \text{ και}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-\lambda^2 - 2\lambda}{1} = -\lambda^2 - 2\lambda \text{ οπότε } (x_0, y_0) = (-\lambda^2 - 3\lambda, -\lambda^2 - 2\lambda)$$

είναι η λύση του συστήματος.

$$\text{iii) } x_0 + y_0 \geq -3 \Leftrightarrow -\lambda^2 - 3\lambda + (-\lambda^2 - 2\lambda) \geq -3 \Leftrightarrow -2\lambda^2 - 5\lambda + 3 \geq 0.$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = 25 + 24 = 49.$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-2)} = \frac{5 \pm 7}{-4} = \begin{cases} \lambda_1 = \frac{5+7}{-4} = -3 \\ \lambda_2 = \frac{5-7}{-4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\lambda$	$-\infty$	$-3$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2\lambda^2 - 5\lambda + 3$		$0$	$0$	
		$-$	$+$	$-$

$$\text{Άρα } \lambda \in \left[-3, \frac{1}{2}\right]$$