ΤΑΞΗ: **Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 23 Ιανουαρίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της και αντίστροφα, ότι κάθε σημείο της γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.

Μονάδες 10

Α2. Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων.

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Δύο τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες και μία γωνια ίση, είναι πάντοτε ίσα.

β) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι και ύψος.

γ) Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από τις εσωτερικές γωνίες του.

δ) Κάθε κορυφή ενός ισόπλευρου τριγώνου ανήκει στη μεσοκάθετο της απέναντι πλευράς της.

ε) Αν α,β,γ πλευρές ενός τριγώνου τότε ισχύει: $|\alpha-\beta|<\gamma<\alpha+\beta$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Φέρνουμε τις διαμέσους ΒΛ και ΓΚ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του τριγώνου. Αν Ο το σημείο τομής των διαμέσων και Η το μέσο της ΒΓ τότε:

Β1. Να δείξετε ότι ΒΛ=ΓΚ.

Μονάδες 12

Β2. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΟΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 5

Β3. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις του Η από τις διαμέσους είναι ίσες.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ. Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A}$ τέμνει την πλευρά ΒΓ στο σημείο Δ. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ θεωρούμε αντίστοιχα τα σημεία Ε και Ζ, τέτοια ώστε ΒΕ = ΒΔ και ΓΖ = ΔΓ. Αν ισχύει ότι ΑΕ = ΑΖ, να αποδείξετε ότι:

Γ1. Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΖΔ είναι ίσα.

Μονάδες 9

Γ2. Τα ισοσκελή τρίγωνα ΒΕΔ και ΓΔΖ είναι ίσα.

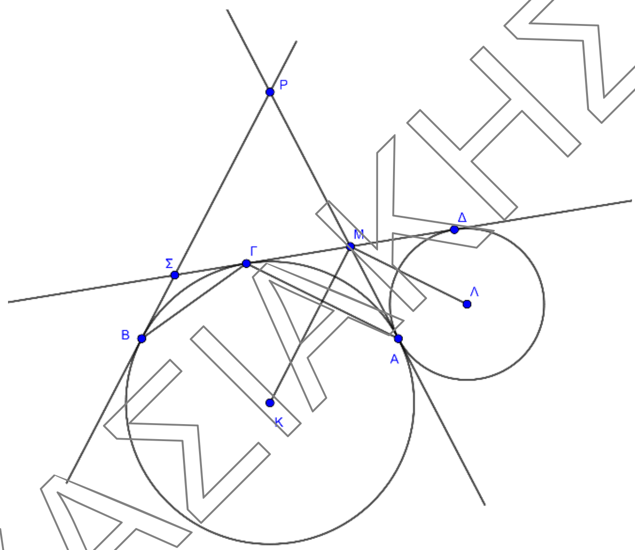
Μονάδες 8

Γ3. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται δύο άνισοι κύκλοι (Κ,R) και (Λ,ρ) με R>ρ οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α. Από σημείο Ρ της εσωτερικής εφαπτομένης των κύκλων στο σημείο Α, φέρουμε την εφαπτομένη ΡΒ στον κύκλο (Κ,R). Μια τρίτη ευθεία, εφάπτεται των κύκλων (Κ,R) και (Λ,ρ) στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα και τέμνει τις ΡΒ, ΡΑ στα σημεία Σ και Μ (όπως στο σχήμα).



Να αποδείξετε οτι:

Δ1. Το Μ είναι μέσο του ΓΔ.

Μονάδες 6

Δ2. Η γωνία $K\widehat{M}\Lambda$ είναι ορθή.

Μονάδες 6

Δ3. ΡΣ+ΣΜ+ΜΡ=2ΡΑ=2ΡΒ.

Μονάδες 7

Δ4. ΒΓ+ΓΑ<2ΣΜ.

Μονάδες 6